

Předlohy ke 3. a 4. článku

Tento soubor obsahuje matematické a další objekty, které nejsou obsaženy ve zdrojových souborech. Okolní text není nijak zpracován, nemusíte si jej všimnout. Pro sazbu matematických objektů využijte možnosti matematických prostředí, hudební ukázky lze vysadit pomocí balíku musixtex.

Článek 3

Dvoustupňový alokační model s diskrétně zadanými parametry Doc. Ing. Marek Rosický, CSc., Katedra operačního výzkumu Technické fakulty Štefánikovy univerzity, Zastrčná 52, 464 02 Městec

Klíčová slova:

model, optimalizace, rozmístění výroby

Abstrakt

V práci je navržen ekonomicko-matematický model umožňující optimalizovat strategii rozmístění prostorově oddělené výroby a skladování určitého produktu. Model je zformulován v obecné rovině s číselnou ukázkou jeho možné aplikace. Jde o modifikaci dvoustupňové dopravní úlohy s bivalentními proměnnými. Za kritérium optimality je zvolena minimalizace celkových výrobních a přepravních nákladů.

Formulace problému

V zemědělství a zpracovatelském průmyslu, ale i v jiných výrobních odvětvích se může vyskytnout úloha:

V daném období je k dispozici dopravně i zpracovatelsky významný produkt (surovina), jehož zdroje, tj. místa, kde se vyskytuje, i jeho množství jsou známy. Tento prvotní produkt je třeba zpracovat na finální výrobek, resp. výrobky a umístit ve skladech. Kapacity míst zpracování prvotního produktu jsou rovněž známy, přičemž existuje možnost jejich rozšíření, resp. vybudování (pronajmutí) nových míst zpracování. Rozšíření stávajících, resp. vybudování nových kapacit se může dít pouze pomocí diskretních veličin (modulů), tj. takových veličin, které nabývají jen některých hodnot v určitém intervalu.

Náklady na rozšíření, resp. vybudování (pronajmutí) nových míst zpracování nejsou v modelu uvažovány. Totéž platí i pro místa skladování finálního výrobku (výrobků).

Otázka zní, jak optimálním způsobem rozmístit výrobu finálního výrobku (výrobků) s ohledem na místa výskytu prvotního produktu (surovin) a možnosti uskladnění finálního výrobku (výrobků). Za kritérium optimality je uvažována minimalizace celkových výrobních a přepravních nákladů. Předpokládá se, že spotřeba prvotního produktu (surovin), jakož i dopravní a výrobní náklady jsou přímo úměrné množství finálního výrobku (výrobků).

Formulace matematického modelu

Zavedeme následující označení:

Znamé veličiny:

m ... produkčních míst ($i = 1, 2, \dots, m$)

k ... stávajících míst zpracování

$p - k$... nově budovaných (pronajatých) míst zpracování ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$)

n ... stávajících skladů

$q - n$... nově budovaných (pronajatých) skladů ($j = 1, 2, \dots, n, n + 1, \dots, q$)

a_i ... disponibilní množství prvotního produktu v i -tém produkčním místě, které je třeba zpracovat ($i = 1, 2, \dots, m$)

s_r ... kapacita r -tého stávajícího místa zpracování ($r = 1, 2, \dots, k$)

f_r^t ... diskretně zadané veličiny (moduly), o které lze zvýšit kapacitu r -tého stávajícího místa zpracování ($r = 1, 2, \dots, k$), resp. které budou určující pro stanovení kapacit nově budovaných (pronajatých) míst zpracování ($r = k + 1, k + 2, \dots, p$), ($t = 1, 2, \dots, T$)

T ... počet diskretně zadaných veličin f_r^t ($t = 1, 2, \dots, T$) ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$)

b_j ... kapacita j -tého stávajícího skladu ($j = 1, 2, \dots, n$)

w_j^z ... diskretně zadané veličiny (moduly), o které lze zvýšit kapacitu j -tého stávajícího skladu ($j = 1, 2, \dots, n$), resp. které budou určující pro stanovení kapacit nově budovaných (pronajatých) skladů ($j = n + 1, n + 2, \dots, q$), ($z = 1, 2, \dots, Q$)

Q ... počet diskretně zadaných veličin w_j^z ($z = 1, 2, \dots, Q$) ($j = 1, 2, \dots, n, n + 1, \dots, q$)

c_{ir} ... náklady spojené s přepravou jednotky prvotního produktu z i -tého produkčního místa do r -tého místa zpracování zvýšené o náklady na zpracování jednotky prvotního produktu v r -tém místě zpracování ($i = 1, 2, \dots, m$), ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$)

d_{rj} ... náklady spojené s přepravou jednotky finálního výrobku z r -tého místa zpracování do j -tého skladu ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$), ($j = 1, 2, \dots, n, n + 1, \dots, q$),

Proměnné veličiny:

x_{ir} ... množství prvotního produktu (surovin) dodávané z i -tého produkčního místa do r -tého místa zpracování ($i = 1, 2, \dots, m$), ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$)

y_{rj} ... množství finálního výrobku (výrobků) dodávané z r -tého místa zpracování do j -tého skladu ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$), ($j = 1, 2, \dots, n, n + 1, \dots, q$)

σ_r^t ... bivalentní proměnná odpovídající r -tému místu zpracování a t -té diskretně zadané veličině f_r^t ($r = 1, 2, \dots, k, k + 1, \dots, p$), ($t = 1, 2, \dots, T$)

δ_j^z ... bivalentní proměnná odpovídající j -tému skladu a z -té diskretně zadané veličině w_j^z ($j = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, q$), ($z = 1, 2, \dots, Q$)

Při výše uvedené symbolice můžeme zformulovat matematický model takto:

Je třeba určit nezáporná čísla x_{ir} , y_{rj} , σ_r^t , δ_j^z , která splňují omezení (1)-(7) a minimalizují účelovou funkci (8)

- (1) $\sum_{r=1}^p x_{ir} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$
- (2) $\sum_{i=1}^m x_{ir} \leq s_r + \sum_{t=1}^T f_r^t \sigma_r^t \quad (r = 1, 2, \dots, k, k+1, \dots, p)$
- (3) $\sum_{j=1}^q y_{rj} = s_r + \sum_{t=1}^T f_r^t \sigma_r^t \quad (r = 1, 2, \dots, k, k+1, \dots, p)$
- (4) $\sum_{r=1}^p y_{rj} = b_j + \sum_{z=1}^Q w_j^z \delta_j^z \quad (j = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, q)$
- (5) $\sum_{r=1}^p \sum_{t=1}^T \sigma_r^t \leq T$
- (6) $\sum_{j=1}^q \sum_{z=1}^Q \delta_j^z \leq Q$
- (7) proměnné σ_r^t , δ_j^z jsou bivalentní, mohou nabývat pouze hodnoty 0 nebo 1
- (8) $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^p c_{ir} x_{ir} + \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^q d_{rj} y_{rj}$

Jde o modifikovanou dopravní úlohu lineárního programování o $m + 2p + q + 2$ omezeních. Úlohu je vhodné řešit simplexovým algoritmem, který zohledňuje bivalenci některých proměnných.

Nutnou podmínkou řešitelnosti úlohy (1)-(8) je

- a) $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{r=1}^k s_r$
- b) $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$
- c) Musí existovat alespoň jedna kombinace diskretně zadaných veličin (modulů) f_r^t ($r = 1, 2, \dots, k, k+1, \dots, p$), ($t = 1, 2, \dots, T$), která je rovna

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{r=1}^k s_r$$

a alespoň jedna kombinace diskretně zadaných veličin (modulů) w_j^z ($j = 1, 2, \dots, n$), ($z = 1, 2, \dots, Q$), která je rovna

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j.$$

Mají-li být využity kapacity stávajících míst zpracování, pak musí platit

$$\sum_{t=1}^T f_r^t \leq \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{r=1}^k s_r \quad (r = 1, 2, \dots, k, k+1, \dots, p)$$

Mají-li být využity kapacity stávajících skladů, pak musí platit

$$\sum_{z=1}^Q w_j^z \leq \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, q).$$

Ověření modelu v podmínkách přepravy, zpracování a skladování brambor

Společnost s r. o. má na určité časové období uzavřenu se dvěma dodavateli hospodářskou smlouvu na týdenní dodávku 50 tun ranných brambor.

První dodavatel týdně dodává 20 tun a druhý 30 tun ranných brambor. Společnost má k dispozici dvě balírny, kde se brambory třídí a současně balí. Každá balírna má týdenní kapacitu 20 tun brambor. Přitom existuje možnost rozšíření týdenní kapacity první balírny o třídící a balící linku s týdenní kapacitou 4 resp. 6 tun brambor. Kromě toho společnost může pronajmout objekt, kde lze umístit třídící a balící linku o týdenní kapacitě 6 tun zpracovaných brambor.

Roztříděné a zabalené ranné brambory jsou přepravovány do dvou velkoobchodních skladů společnosti, odkud jsou odebrány drobnými prodejci.

Do prvního skladu lze týdně dodat 15 tun, do druhého 25 tun zabalených brambor. Týdenní kapacitu prvního skladu lze rozšířit o 3 tony. Lze též pronajmout další sklad o týdenní kapacitě 7 tun, v krajním případě 10 tun brambor. Pronajatý sklad se nachází v jednom objektu s pronajatou balírnou. Náklady v Kč spojené s přepravou 1 tuny brambor od dodavatelů do balíren zvýšené o náklady na roztřídění a zabalení 1 tuny brambor, jakož i náklady v Kč spojené s přepravou 1 tuny zabalených brambor z balíren do skladů jsou uvedeny v tab. 1 a tab. 2.

Úkolem je přiřadit dodavatele ranných brambor k balírnám a balíren ke skladům tak, aby bylo plně využito kontrahované týdenní množství brambor a přitom celkové náklady na přepravu a zpracování brambor byly minimální.

Formulace matematického modelu:

- (1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 30$
 $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 20$
- (2) $x_{11} + x_{21} - 4\sigma_1^1 - 6\sigma_1^2 \leq 20$
 $x_{12} + x_{22} \leq 20$
 $x_{13} + x_{23} - 6\sigma_3^1 \leq 0$
- (3) $y_{11} + y_{12} + y_{13} - 4\sigma_1^1 - 6\sigma_1^2 = 20$
 $y_{21} + y_{22} + y_{23} = 20$
 $y_{31} + y_{32} + y_{33} - 6\sigma_3^1 = 0$
- (4) $y_{11} + y_{21} + y_{31} - 3\delta_1^1 = 15$
 $y_{12} + y_{22} + y_{32} = 25$
 $y_{13} + y_{23} + y_{33} - 7\delta_3^1 - 10\delta_3^2 = 0$
- (5) $\sigma_1^1 + \sigma_3^1 + \sigma_1^2 \leq 2$
- (6) $\delta_1^1 + \delta_3^1 + \delta_3^2 \leq 2$
- (7) proměnné σ, δ jsou bivalentní
- (8) $Z_{\min} = 1,5x_{11} + 0,7x_{12} + 1,4x_{13} + 0,8x_{21} + 1,3x_{22} + 0,6x_{23} + 0,09y_{11} + 0,04y_{12} + 0,08y_{13} + 0,1y_{21} + 0,05y_{22} + 0,06y_{23} + 0,02y_{31} + 0,11y_{32}$ (tis.Kč)

Tab. 1: Přepravní a výrobní náklady v Kč

	B ₁	B ₂	NB ₃
D ₁	1500	700	1400
D ₂	800	1300	600

Tab. 2: Převážné náklady
v Kč

	S_1	S_2	NS_3
B_1	90	40	80
B_2	100	50	60
NB_3	20	110	0

Uvedený model má celkem 21 proměnných veličin a 13 vlastních omezení. Po jeho vyřešení jsme získali následující optimální řešení:

Od prvního dodavatele bude dodáváno všech 20 tun raných brambor do druhé balírny. Od druhého dodavatele bude 24 tun brambor přepravováno do první balírny, jejíž týdenní kapacita bude rozšířena o 4 tuny. Dále pak od druhého dodavatele bude zbývajících 6 tun brambor přepravováno do nově pronajaté třetí balírny o týdenní kapacitě 6 tun. Z první balírny bude přepravováno všech 24 tun brambor do druhého skladu. Do tohoto skladu půjde ještě 1 tuna brambor z druhé balírny. První sklad bude zásoben z druhé balírny v množství 9 tun a z nově pronajaté třetí balírny v množství 6 tun brambor. Navíc bude nově pronajat třetí sklad do kterého budou dodávány brambory z druhé balírny

v množství 10 tun brambor. Při tomto řešení bude vynaloženo minimum celkových nákladů na přepravu a zpracování brambor, a to 39 430 Kč.

Závěr

V tržně orientované ekonomice je třeba hledat všechny cesty ke zvýšení a zefektivnění výroby v podmínkách omezených zdrojů. Jednou z těchto cest je i aplikace ekonomicko-matematických modelů.

V práci je navržen matematický model umožňující optimalizovat strategii rozmístění prostorově oddělené výroby určitého produktu. Model je zformulován v obecné rovině s číselnou ukázkou jeho možné aplikace.

Jde o modifikaci dvoustupňové dopravní úlohy s bivalentními proměnnými. Za kritérium optimality je zvolena minimalizace celkových výrobních a přepravních nákladů.

Literatura

1. Fedorenko, N. P.: Ekonomiko-matematičeskije modeli i ich priměnenie v sel'skochozjajstvennoj praktike. Nauka, Moskva 1969.
2. Korda, B. a kol.: Matematické metody v ekonomii. SNTL/SVTL, Praha 1967.

Článek 4

Vybrané kapitoly z metodiky výuky hudební výchovy pro 3. ročník základních škol

Prof. PhDr. Marie Drahovzalová, CSc., Katedra teorie výuky primární hudební výchovy, Fakulta uměleckých teorií Akademie múzických umění, Zálesní 42, 118 53 Kostničky u Pardubic

Klíčová slova
didaktika, hudební výchova, říkanka, písnička, průpravná cvičení

Abstrakt
V předložené stati ... korekce pro dosažení uvedeného mor-
fismu.

Úvod
Každá hodina je členěna do přibližně konstatních oddílů, je-
jichž náplně tvoří složitostně neklesající posloupnost se sé-
mantickými návaznostmi mezi ročníky.

Hodina č. 1
Náplň: Říkanka Tluču, tluču mák, dynamika, psaní not
(nota čtvrtě).

Sekce A:
Dýchání - viz předcházející hodiny.
Učebnice str. 13, představa dynamiky - předvádění včeliček
- před každým „bzúčením“ se správně nadechneme - nádech
a na 3 doby „bzúčíme“.

Při hlasovém výcviku opět dbáme na správné otvírání
úst a na správnou výslovnost koncovek,
- zopakujeme říkanku z minulé hodiny (**Na našem komíně
sedává čáp**),
- dále procvičíme slova končící na *m*, *n*, *ň* - např. hrou na
ozvěnu, např. *dám*, *vám*, *ten*, *den*, *dlaň*, *saň*, *tůň*, *kůň* apod.
- pozor na zřetelnou výslovnost.

Řekneme říkanku z učebnice str. 14 - **Tluču, tluču mák**.

Hlasový výcvik - pokračujeme v nácviu hlavového tónu
- několikrát zakukáme na tónech d_2-h_1 ,
- zařadíme i malé hlasové cvičení na některou ze slabik:
ku, mu, nu, no. Nejprve navození hlavového tónu na tónu
 c_2 , pak postupujeme po půltónech nahoru až po d_2 . Vždy
udáme výchozí tón (c_2 , cis_2 , d_2):



Sekce B:
Opakování písní (mezi nimi Škubajte, kravičky, Holka mod-
rooká, Lítala si laštovka, které potřebujeme pro rytmic-
kou hádanku) - stále dbáme na správné sezení při zpěvu
(případně na správný postoj).

Sekce C:
Rytmická cvičení: (učebnice str. 14) - cvičení můžeme

provést jako ozvěnu, kdy střídáme *f* a *p*.
Hádáme skryté písničky: 1. Lítala si laštovka, 2. Holka
modrooká, 3. Škubajte, kravičky.

Sekce D: **Nácvik psaní not**. Píšeme 2. řádek v Hudební
písance (str. 63), pozor na nožičku, musí být až za hlavičkou
(nikoli uprostřed).

Hodina č. 2:

Náplň: Píseň Kdybys měla, má panenka (Měla jsem mi-
lého sokolíka), říkanka Pasáček Honza, psaní not (noty os-
minové s trémcem)

Sekce A:

Dýchání - zopakujeme také rozjíždění a jízdu vlaku (tempo)

Sekce B:

Hlasový výcvik - opět věnujeme utvrzování hlavového tónu
- nejprve zahoukáme jako lokomotiva - $d_2-h_1-g_1$, potom za-
řadíme malé hlasové cvičení na slabiku „mu“ nebo „mo“:



Sekce C:

Hrou **Na kudrnatou Káču** si zopakujeme několik písní.

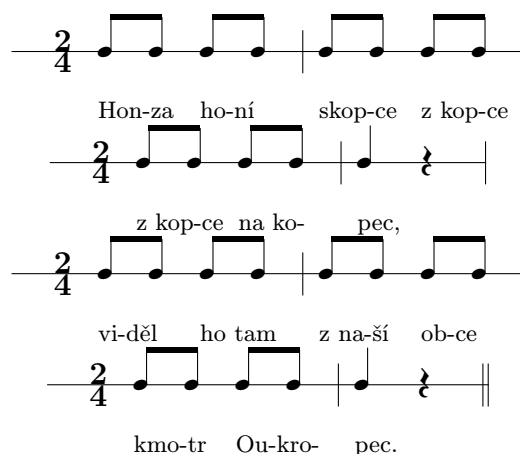
Rytmická cvičení: třídu rozdělíme na 2 skupiny a hra-
jeme si na ozvěnu. Při cvičení, ve kterém žáci neříkají nahlas
rytmické slabiky, učitel po celé cvičení ťuká doby. Můžeme
provést tak, že celá třída zatleská tři zapsané takty, určený
žák připojí svůj takt.

Sekce D:

Nácvik psaní not - Píšeme noty s nožičkou a vždy po dvou
je spojíme trémcem.

Řekneme říkanku **Pasáček Honza** a dbáme zejména na
správnou výslovnost.

Dbáme na to, aby se neporušil rytmičný tok. Můžeme
si předem připravit na tabuli rytmičný zápis říkanky (aby
děti lépe vnímaly pomlku), různobarevně můžeme vyznačit
jednotlivé řádky (verše) pro lepší orientaci skupin.



Závěr

Aplikací uvedených konstrukcí na fakultní základní škole
vzorkem testovaných učitelů byl statisticky dokázán pozi-
tivní vliv morfismu zdrojové fráze říkanky na selektivní pís-
ňový materiál.