

## Determinanty, soustavy rovnic

### Určete následující determinanty

$$1. D_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$2. D_2 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ x-4 & y-3 \end{vmatrix} \quad (D_2 = 0 \text{ je přímka daná bodem } (4, 3) \text{ a směrovým vektorem } (2, -1))$$

$$3. D_3 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 \\ 4 & 3-\lambda \end{vmatrix} \quad (\text{charakteristický polynom matice z prvního bodu})$$

$$4. D_4 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$5. D_5 = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$6. D_6 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 7-\lambda \end{vmatrix} \quad (\text{charakteristický polynom diagonální matice})$$

---

*Řešení.*

$$D_1 = 2 \cdot 3 - (-1) \cdot 4 = 6 + 4 = 10$$

$$D_2 = 2 \cdot (y-3) - (-1) \cdot (x-4) = 2y - 6 + x - 4 = x + 2y - 10$$

$$D_3 = (2-\lambda) \cdot (3-\lambda) - (-1) \cdot 4 = \lambda^2 - 5\lambda + 10$$

$$D_4 = 12$$

$$D_5 = 7a + 5$$

$$D_6 = (2-\lambda)(3-\lambda)(7-\lambda)$$

### Soustava lineárních rovnic s jediným řešením

Vyřešte soustavu rovnic.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Soustava rovnic je asi nejdůležitější aplikace lineární algebry, ale v dnešním světě není důvod ji řešit ručně. Je však užitečné si alespoň základní manipulace vyzkoušet na jednoduchém příkladě. Tento moc času nezabere.

## Soustava lineárních rovnic s nekonečně mnoha řešeními

Vyřešte soustavu rovnic.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Soustava s nekonečně mnoha řešeními typicky vychází při hledání vlastních čísel matice. Na tomto příkladě si osaháme případ homogenní soustavy a jednoparametrického řešení, tj. případ, který při výpočtu vlastních vektorů vychází nejčastěji.*