Lesnická a dřevařská fakulta

Mgr. Miroslava Tihlaříková, Ph.D.

Konstruktivní geometrie & technické kreslení

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpořeno projektem Průřezová inovace studijních programů Lesnické a dřevařské fakulty MENDELU v Brně (LDF) s ohledem na disciplíny společného základu `http://akademie.ldf.mendelu.cz/cz` (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0021) za přispění finančních prostředků EU a státního rozpočtu České republiky.

ovo promítání

Gaspard Monge

část 2.

malé odbočení

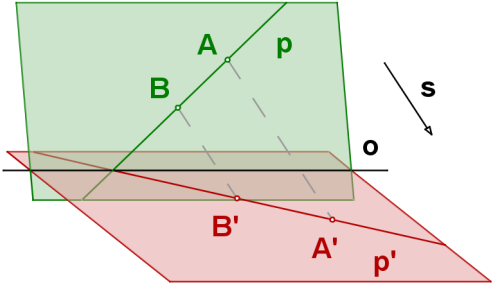
PERSPEKTIVNÍ AFINITA

- vztah mezi objekty promítnutými z jedné roviny do druhé roviny směrem, který není rovnoběžný ani s jednou z rovin

o . . . osa afinity, s . . . směr afinity, A . . . vzor, A' . . . obraz

vlastnosti:

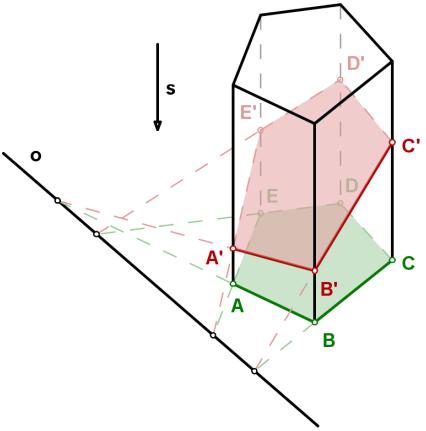
- odpovídající si body leží na rovnoběžkách se směrem s
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence, rovnoběžné přímky se zobrazí na rovnoběžné přímky, střed úsečky se zobrazí na střed úsečky



Příklady perspektivní afinity:

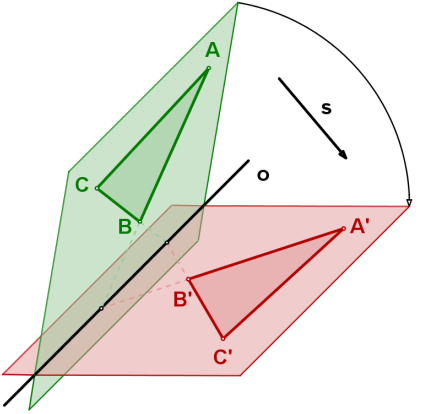
- mezi dolní podstavou hranolu a řezem hranolu:

osa afinity je průsečnice roviny dolní podstavy s rovinou řezu, směr afinity je rovnoběžný s bočními hranami



- mezi rovinou a jejím otočeným obrazem:

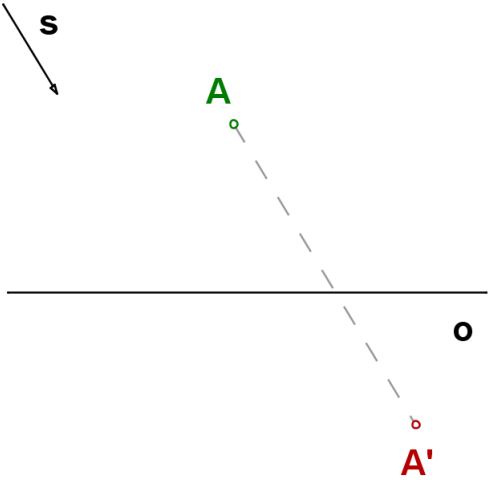
osa afinity je osa otáčení, směr afinity je určený libovolným bodem původní roviny a jeho otočeným obrazem



OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

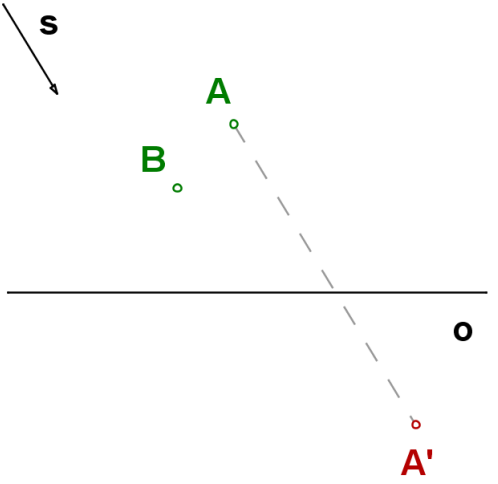
$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



OSOVÁ AFINITA

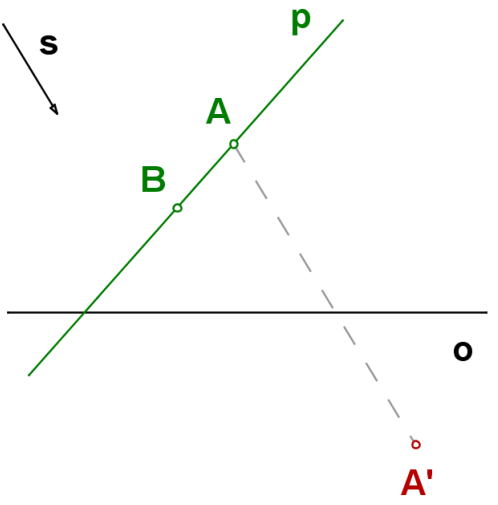
- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



OSOVÁ AFINITA

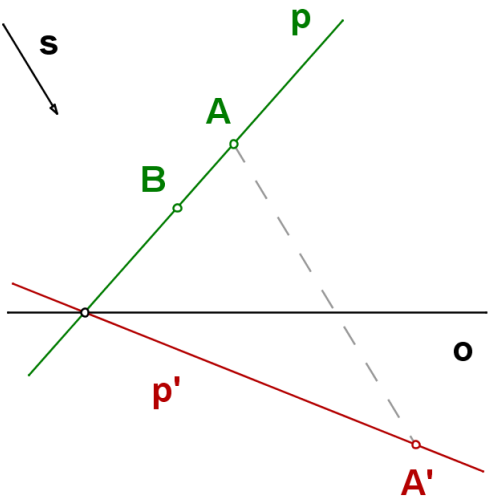
- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s



$$AF = (o_{AF}, A, A')$$

OSOVÁ AFINITA

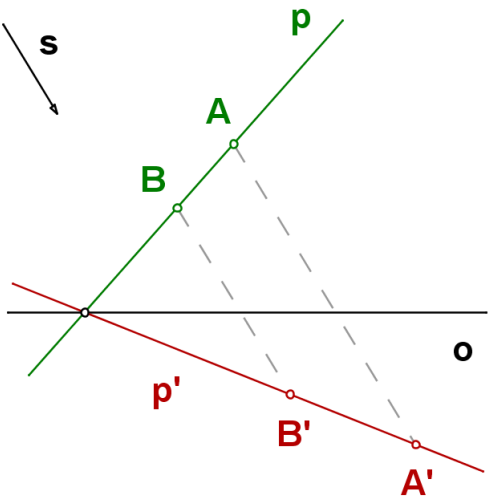
- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s



$$AF = (o_{AF}, A, A')$$

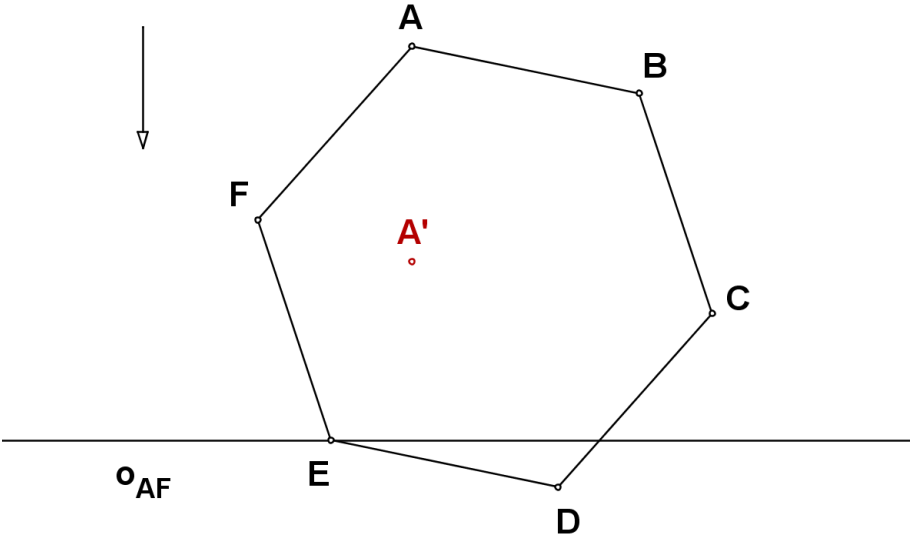
OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

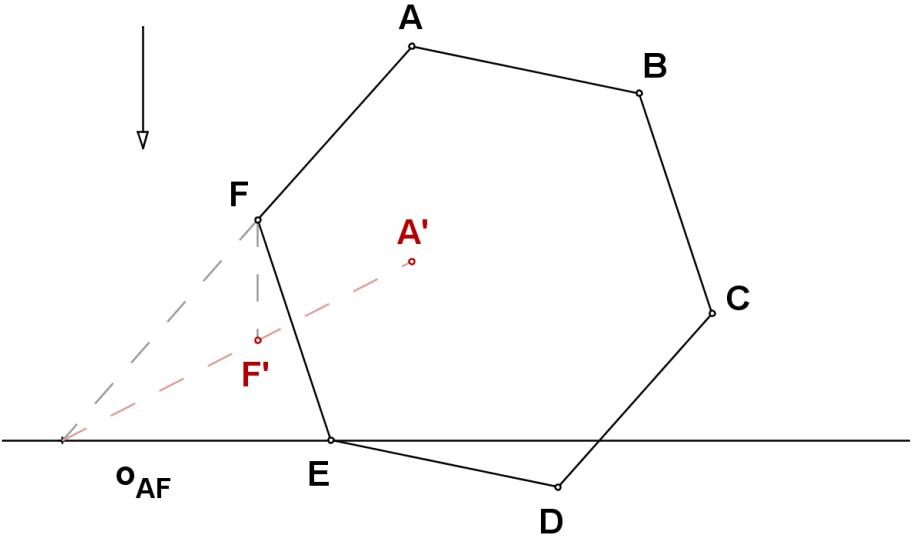


$$AF = (o_{AF}, A, A')$$

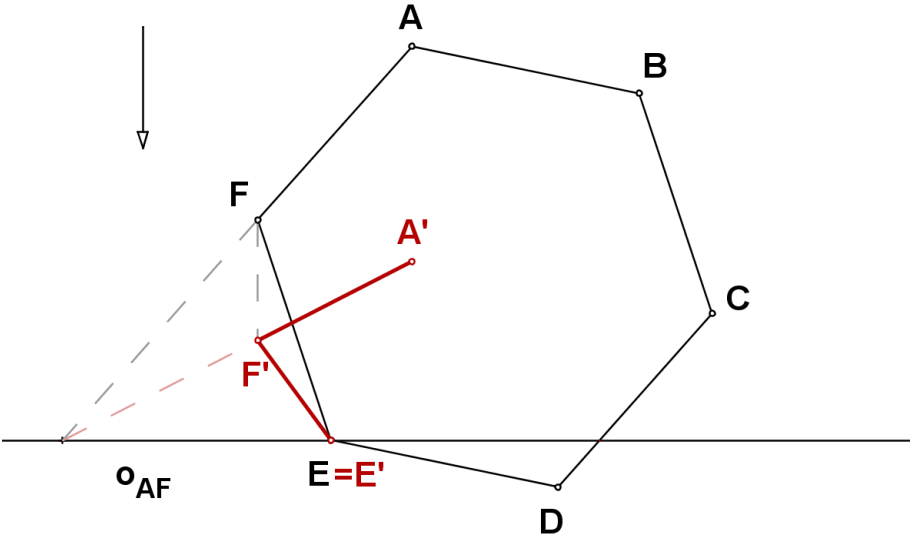
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



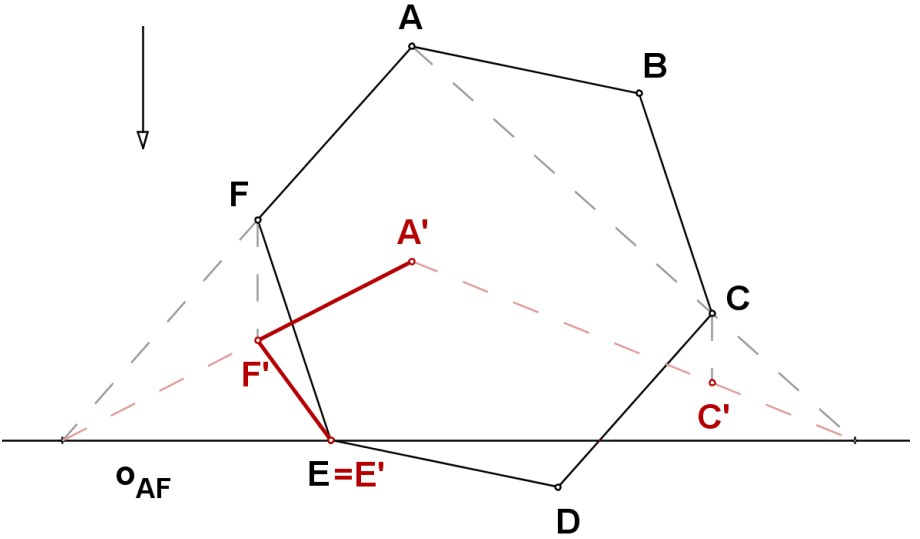
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



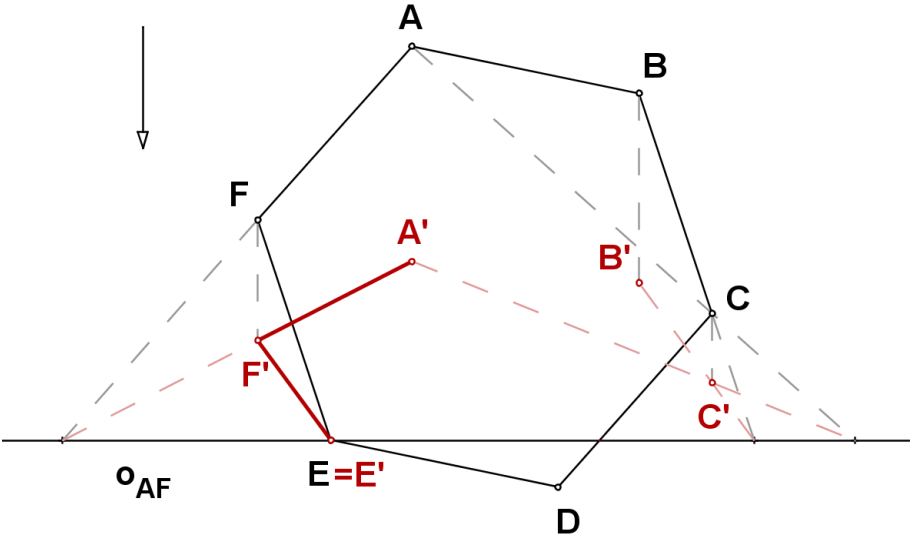
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



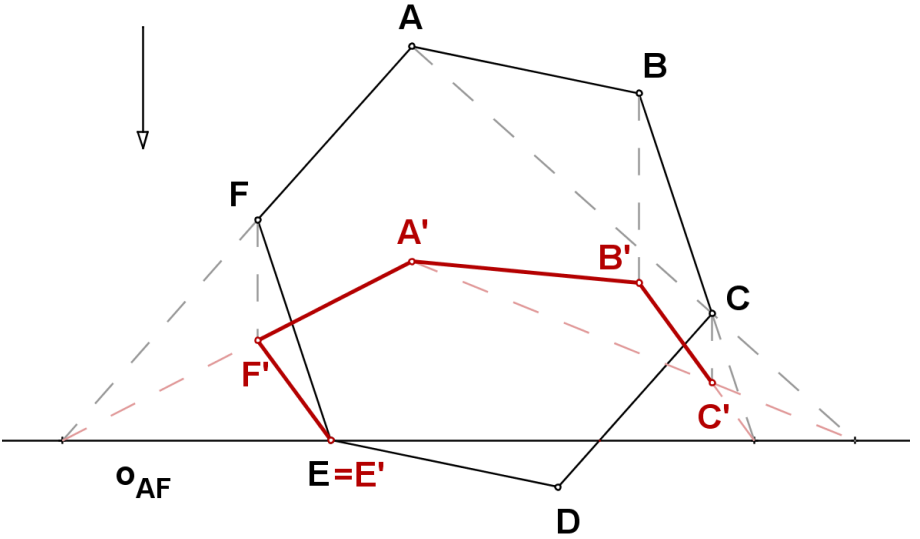
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



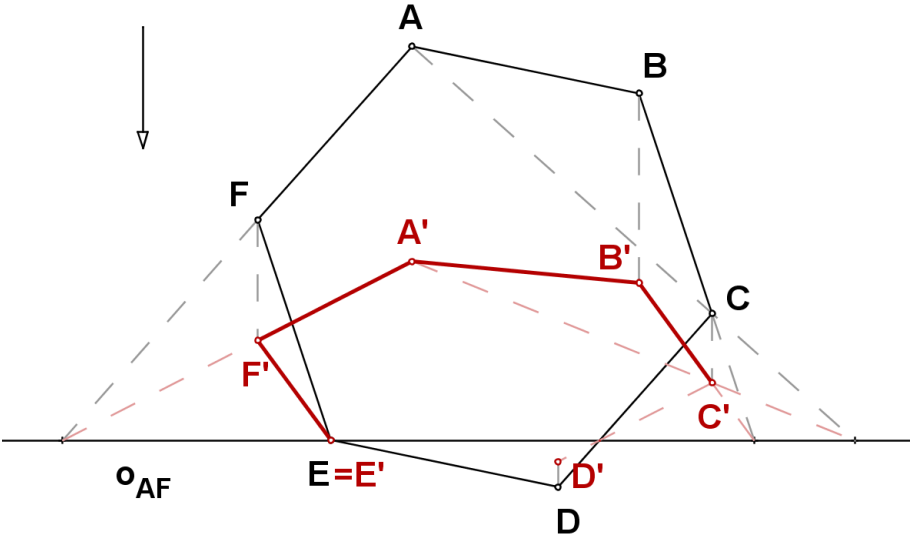
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



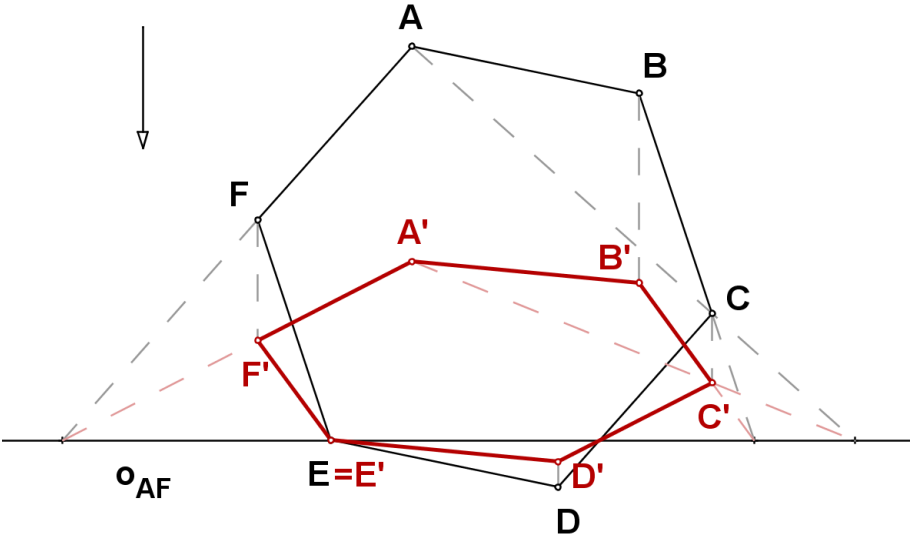
Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.



Příklad: Afinita je daná osou a dvojicí bodů A, A'. V dané afinitě zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$.

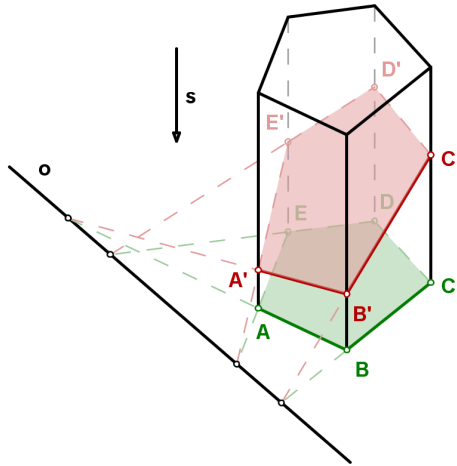


zpět k Mongeovu promítání

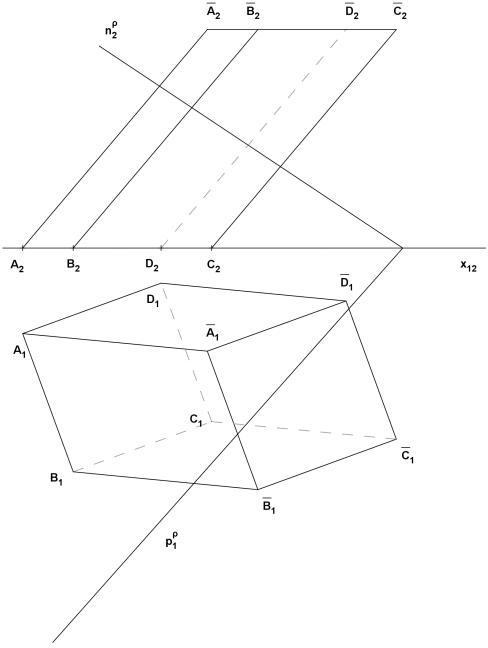
ŘEZY TĚLES - hranol

postup řešení - řez hranolu rovinou:

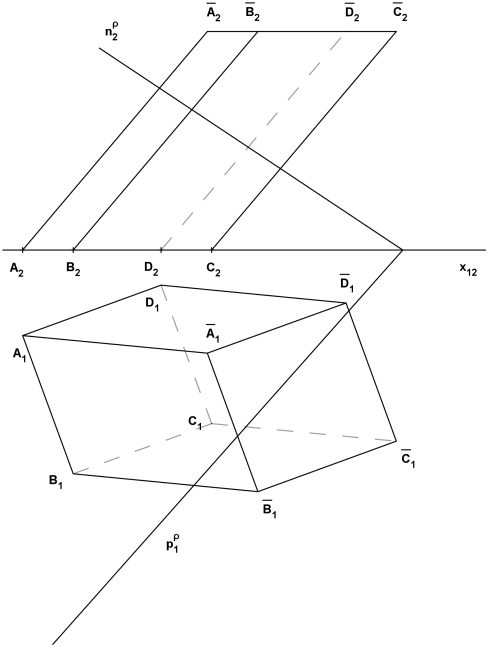
- najdeme jeden bod řezu - průsečík jedné z bočních hran hranolu s rovinou řezu
- určíme osu afinity mezi řezem a dolní podstavou - průsečnice roviny řezu s rovinou dolní podstavy
- další body řezu na hranách určíme afinitou
- určíme viditelnost řezu



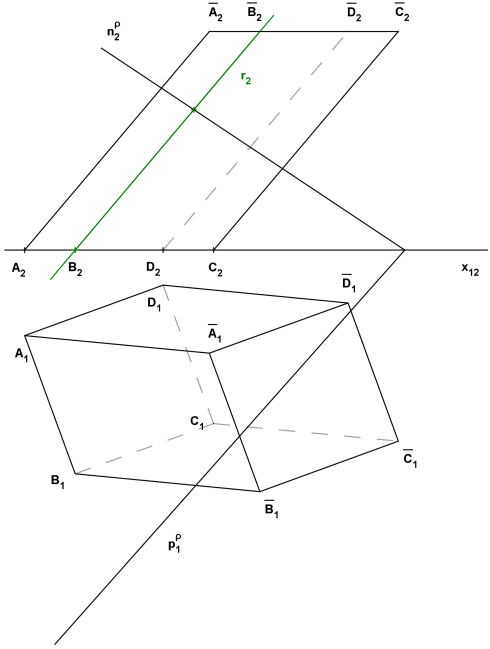
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



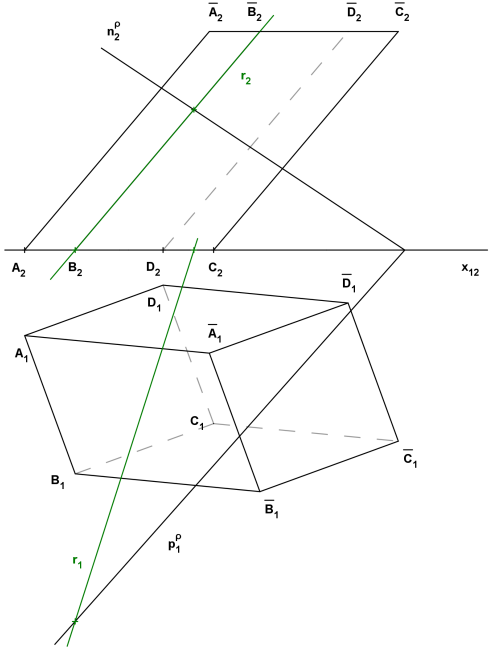
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



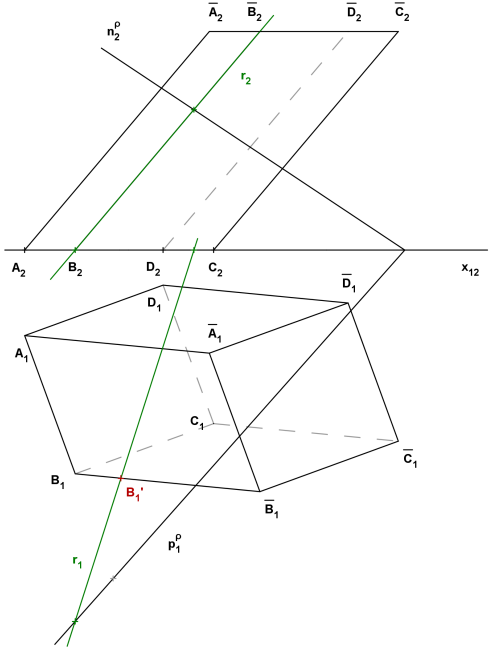
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



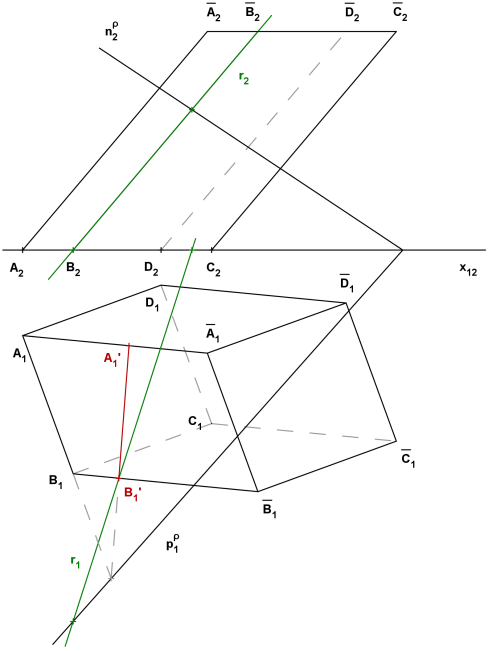
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



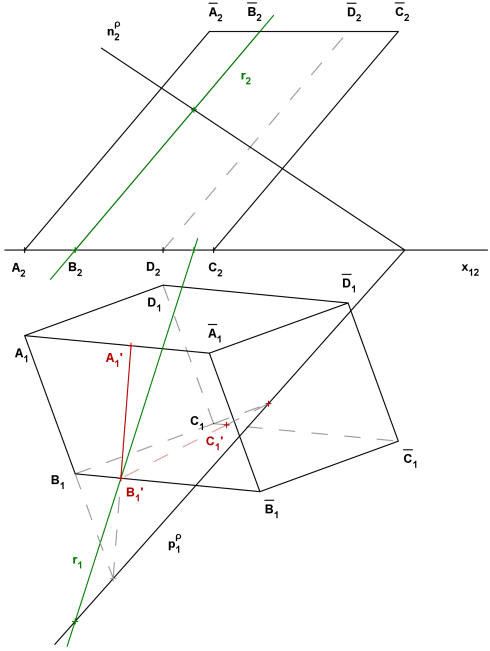
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



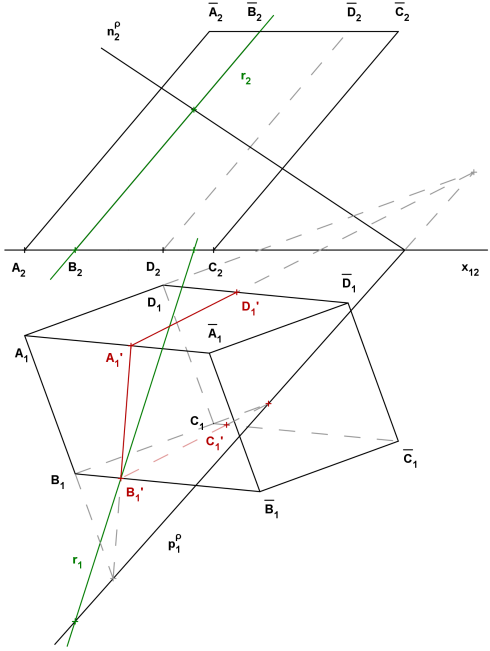
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



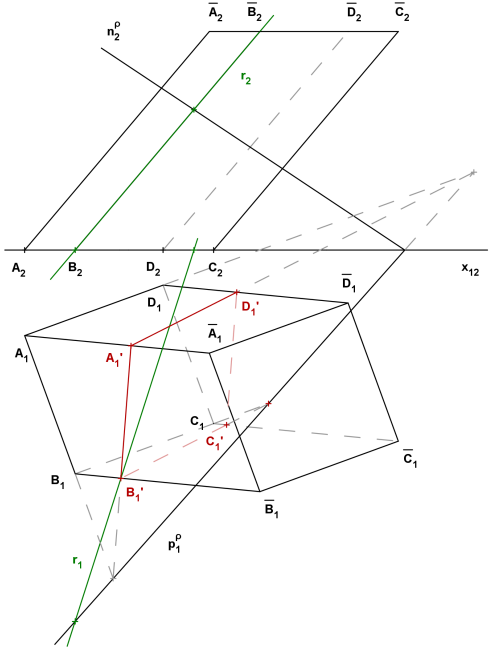
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



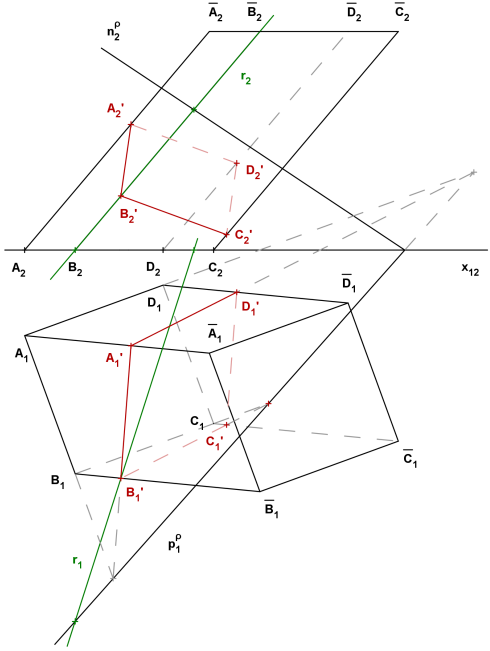
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



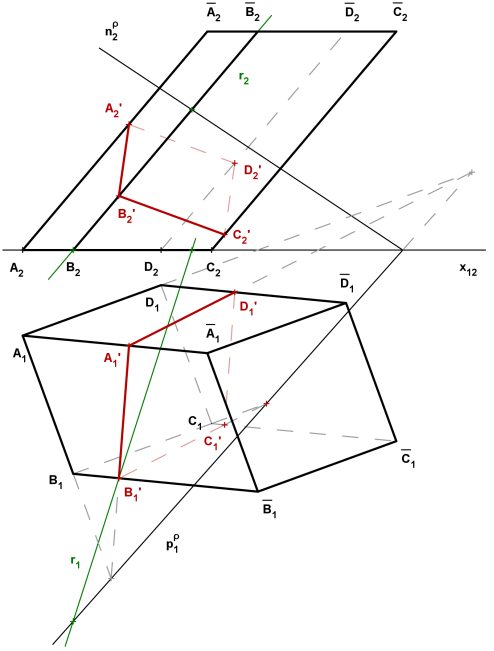
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



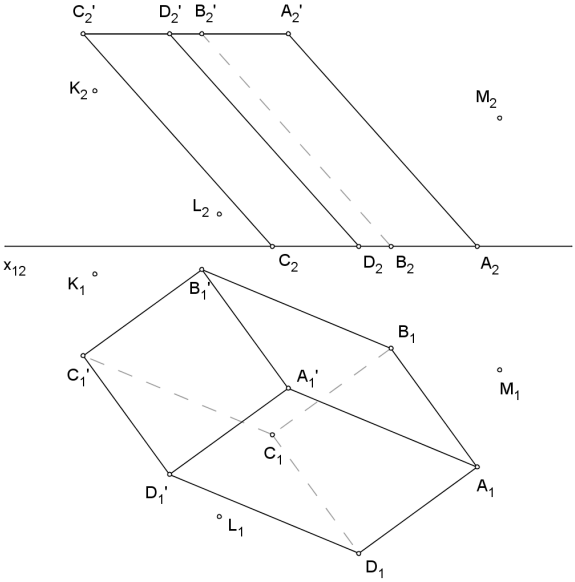
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



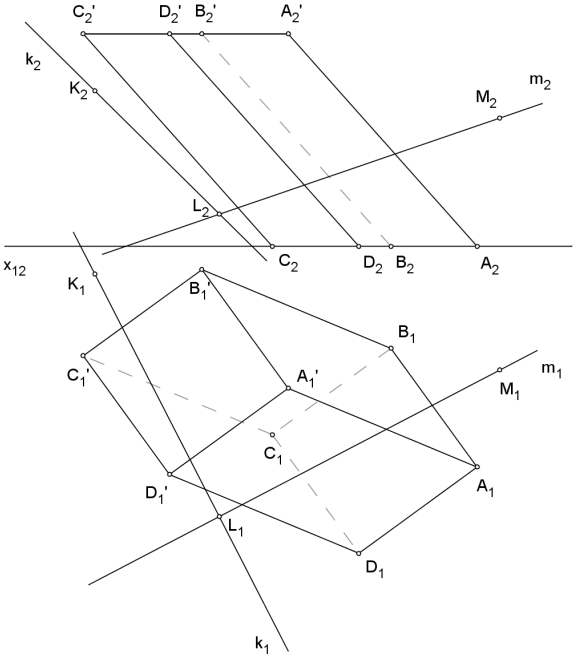
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



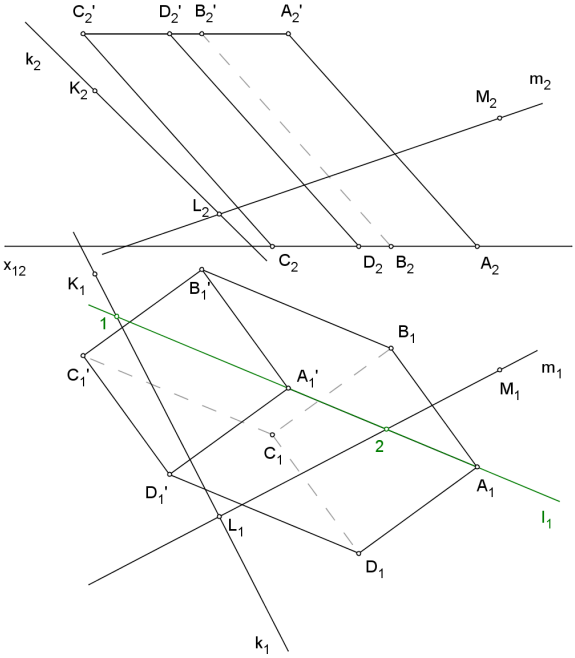
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



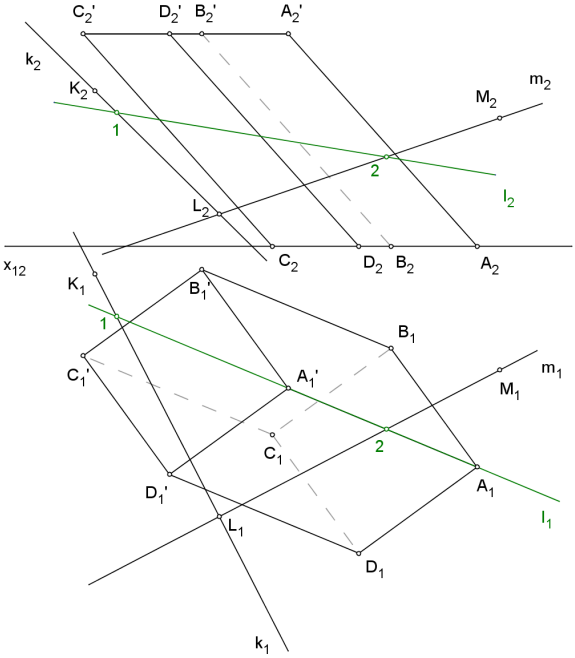
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



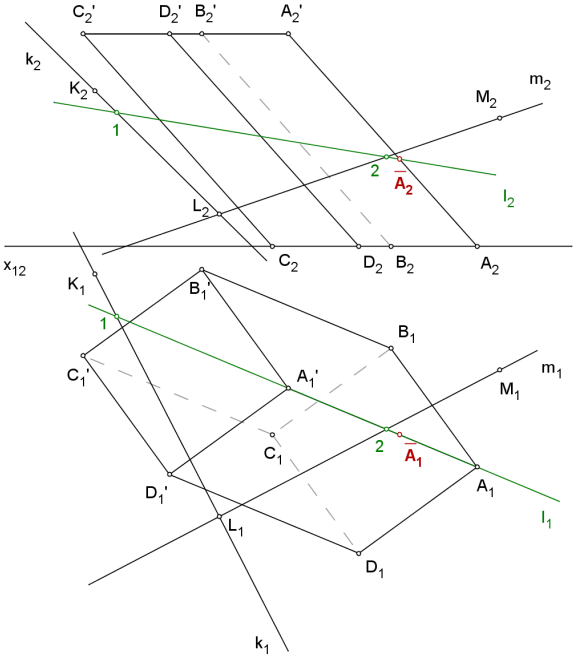
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



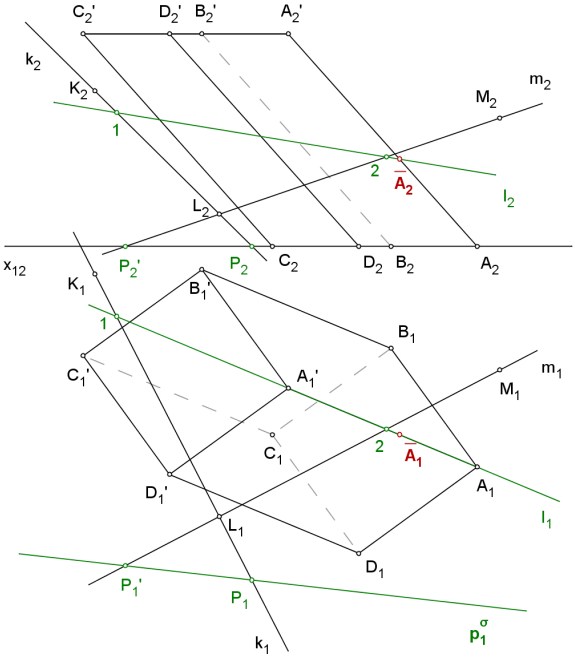
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



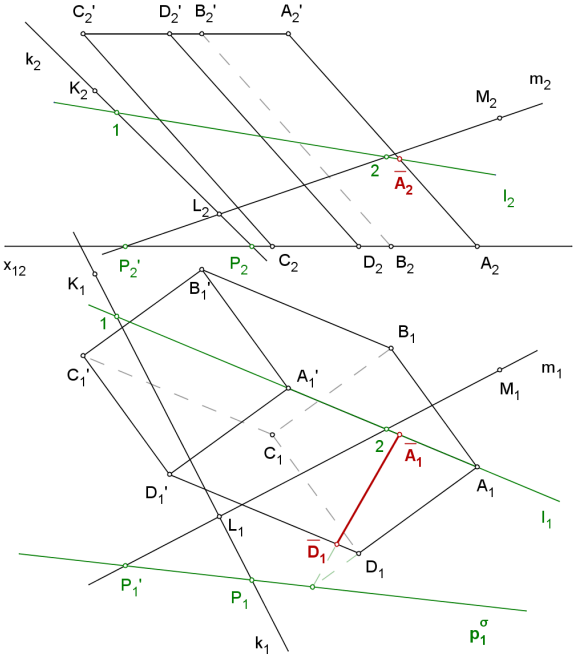
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



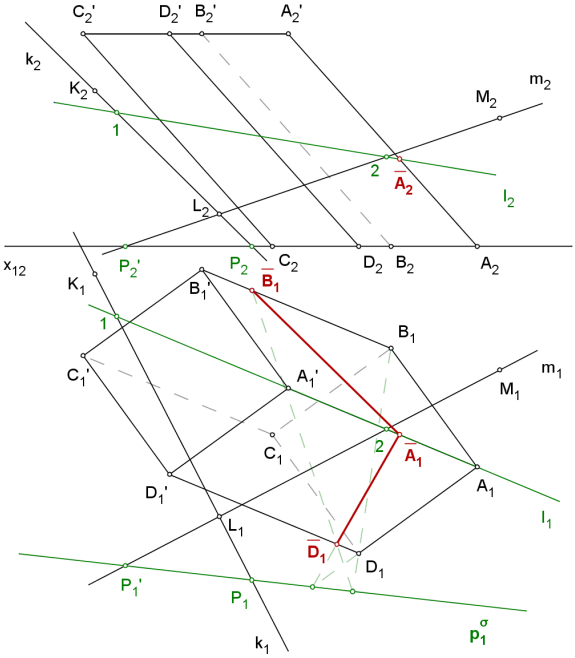
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



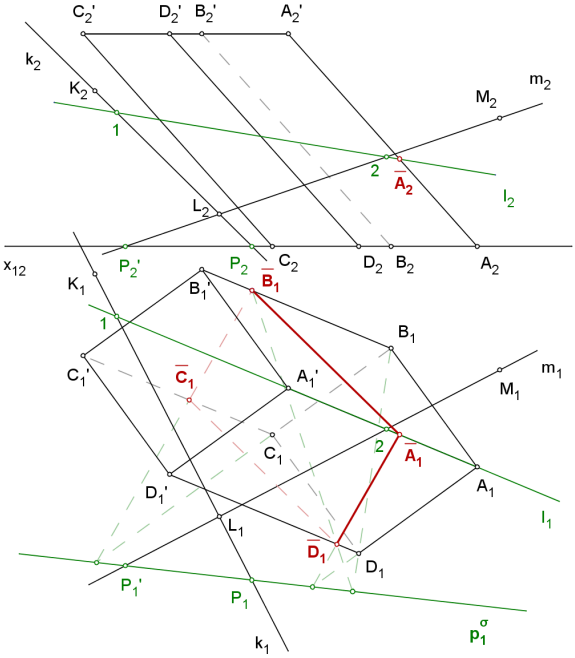
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



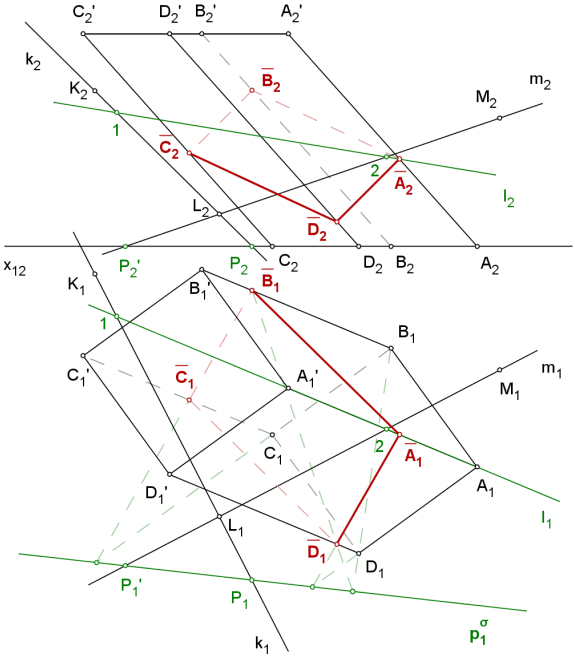
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



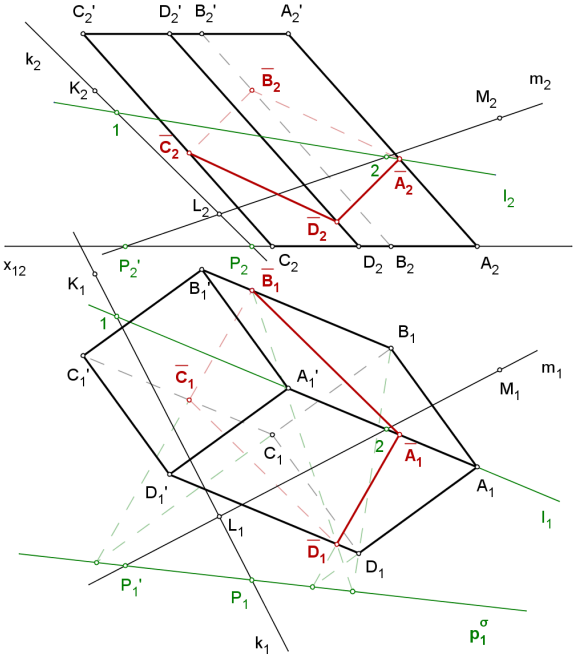
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou $\sigma \equiv (K, L, M)$.



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

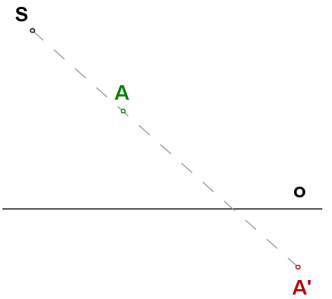
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

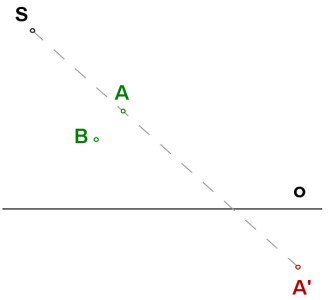
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

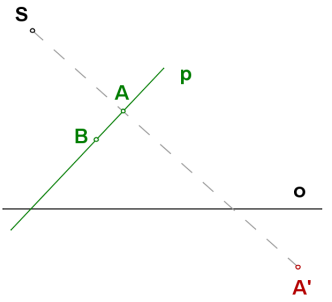
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

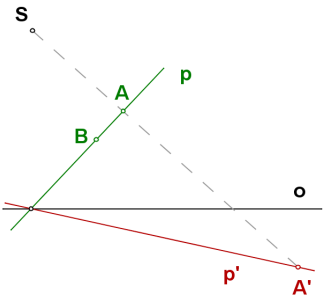
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

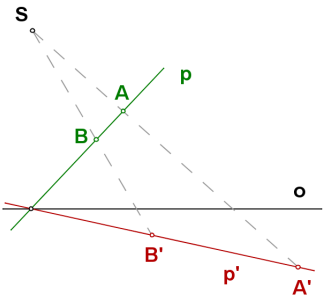
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

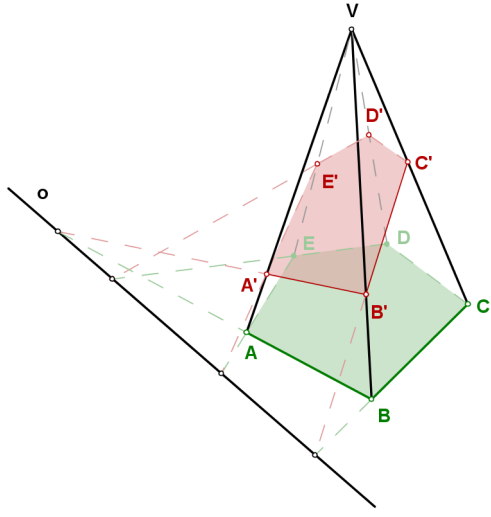
- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



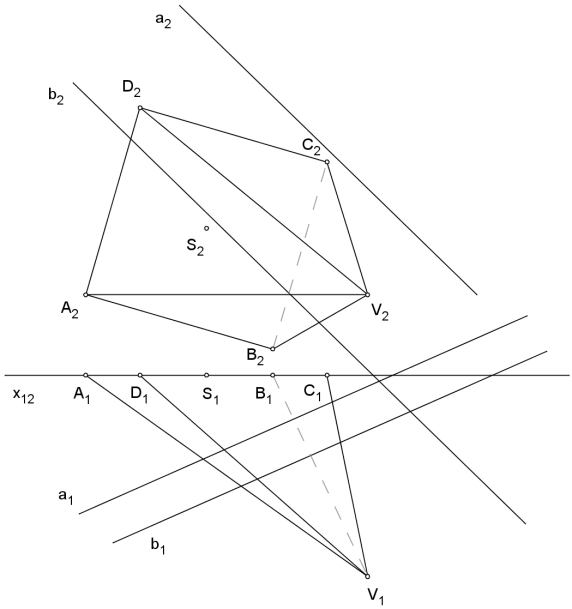
ŘEZY TĚLES - jehlan

postup řešení - řez jehlanu rovinou:

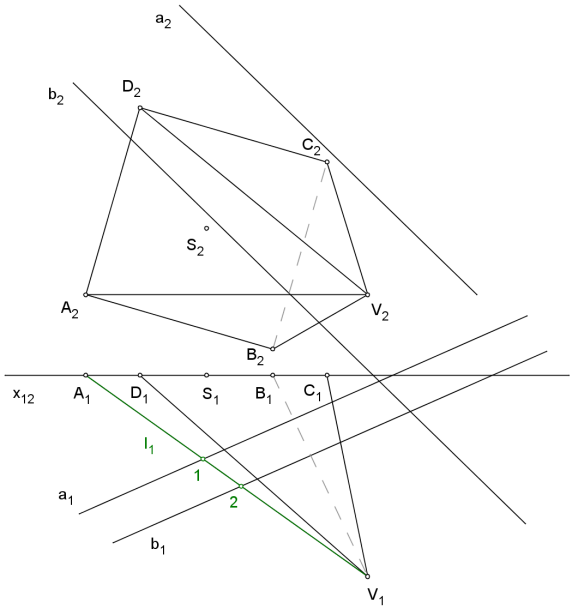
- najdeme jeden bod řezu - průsečík jedné z bočních hran jehlanu s rovinou řezu
- určíme osu kolineace mezi řezem a dolní podstavou - průsečnice roviny řezu s rovinou dolní podstavy
- další body řezu na hranách určíme kolineací
- určíme viditelnost řezu



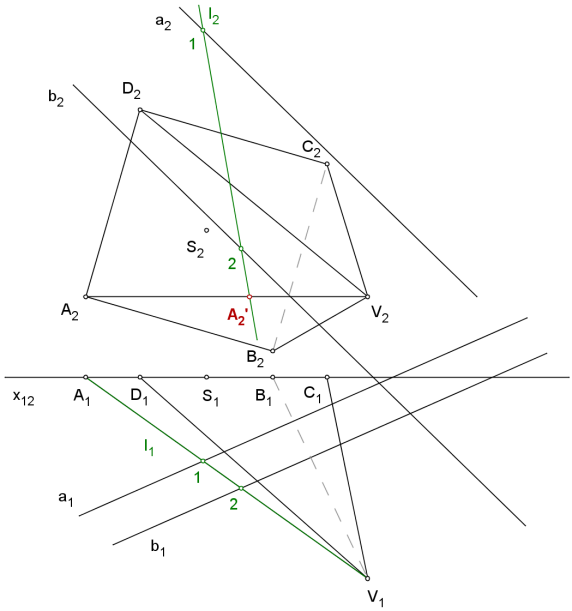
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



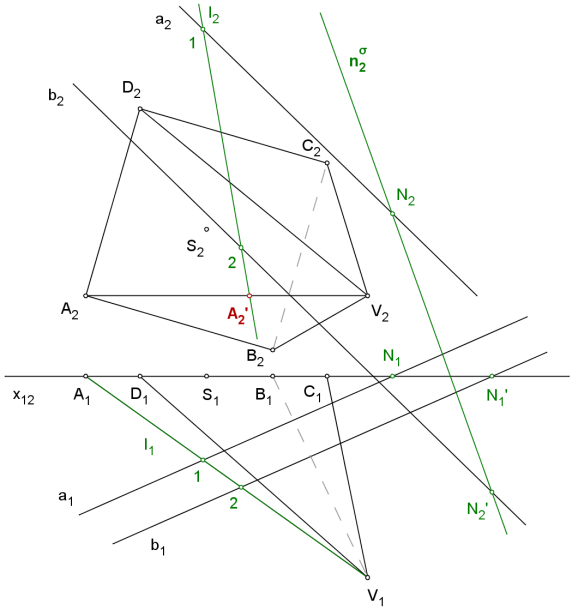
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



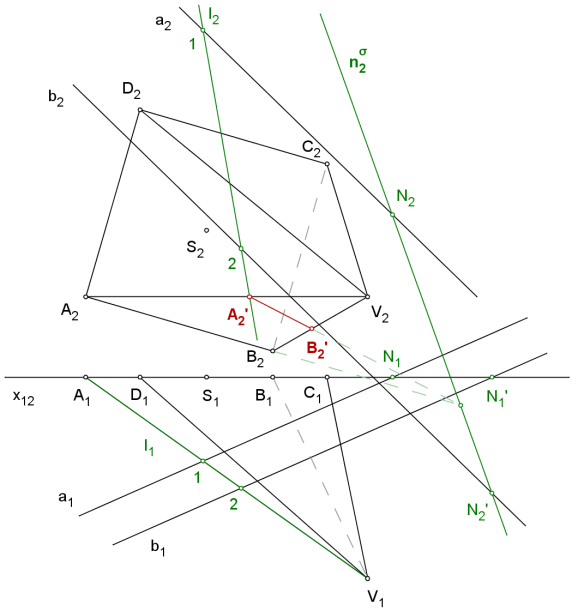
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



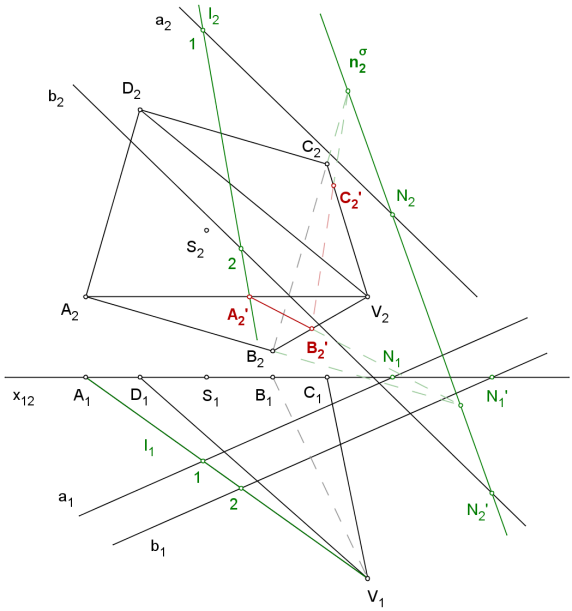
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



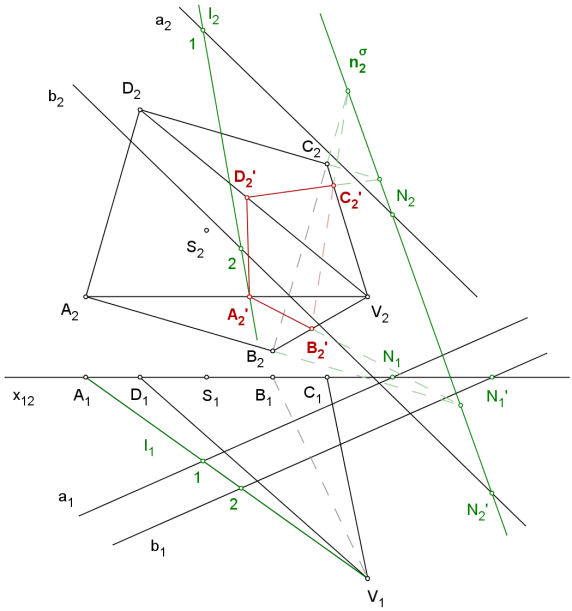
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



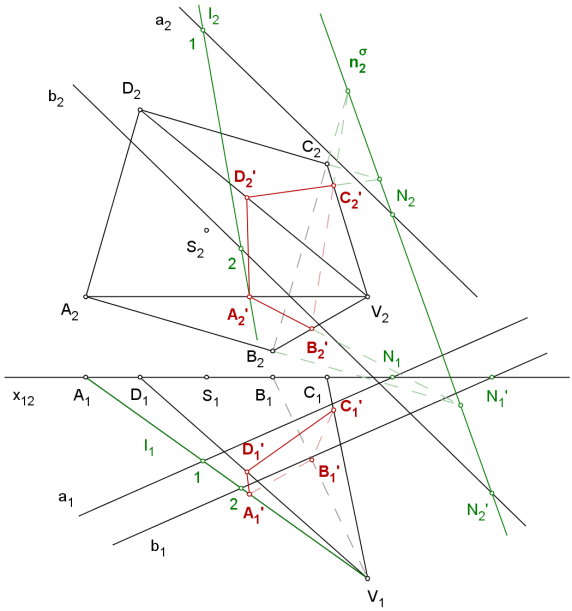
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



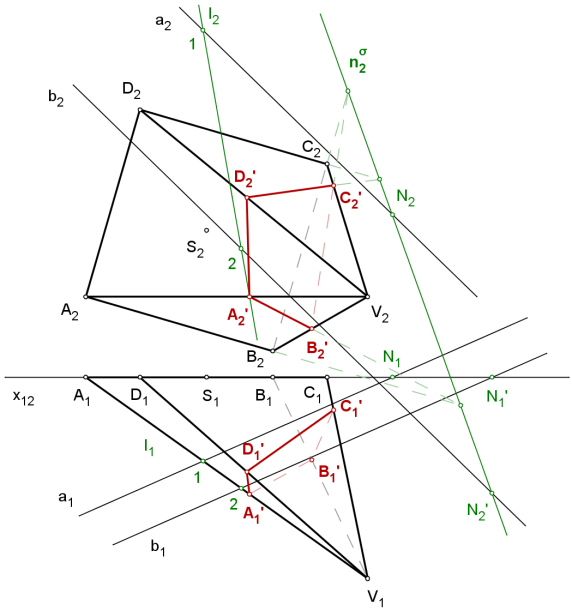
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



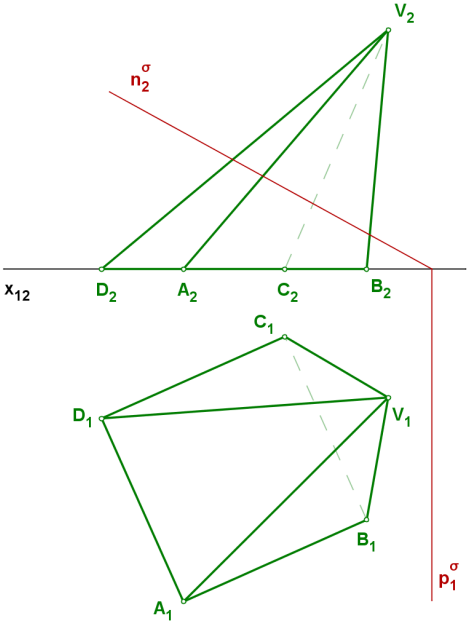
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



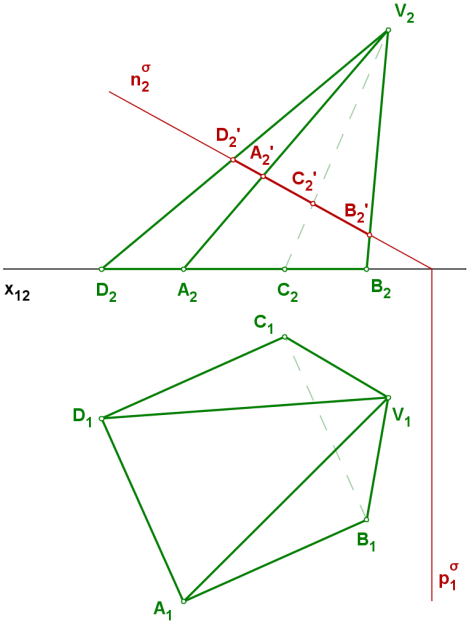
Příklad: Sestrojte řez čtyřbokého šikmého jehlanu s podstavou v nárysně rovinou σ, danou rovnoběžkami a, b.



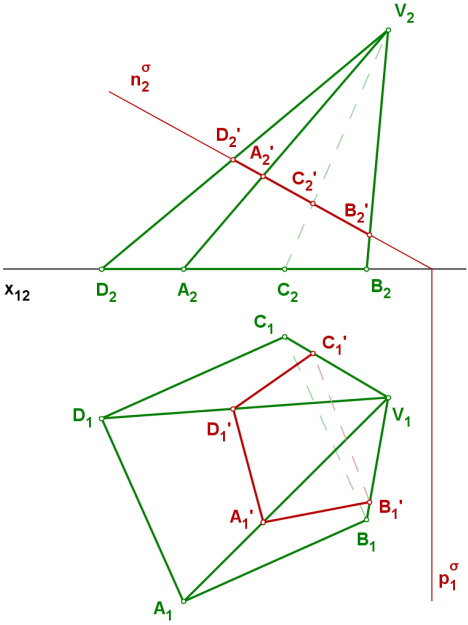
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten



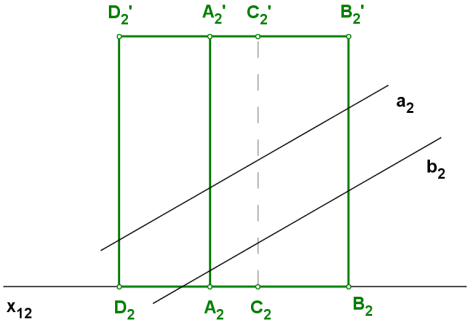
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten

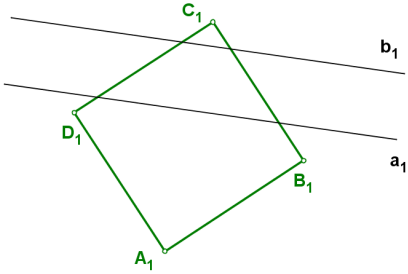


SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten

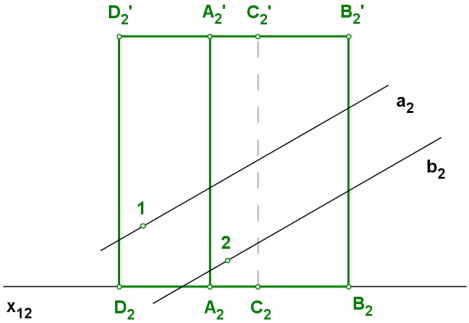


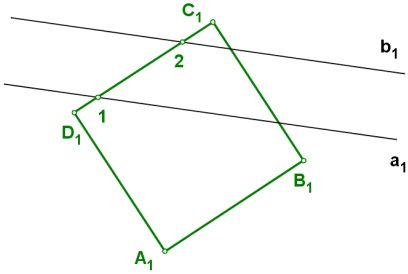
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



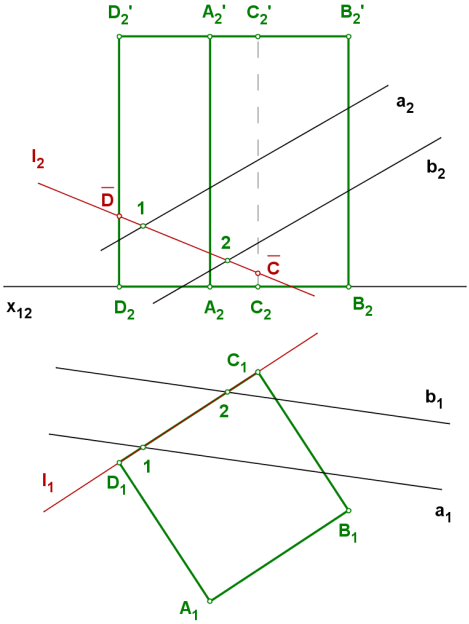


SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu

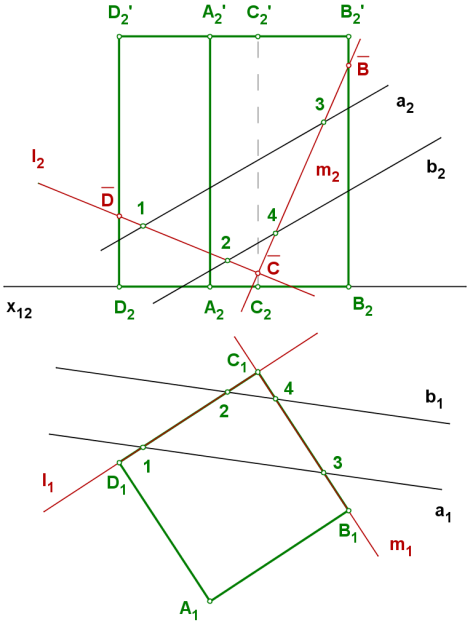




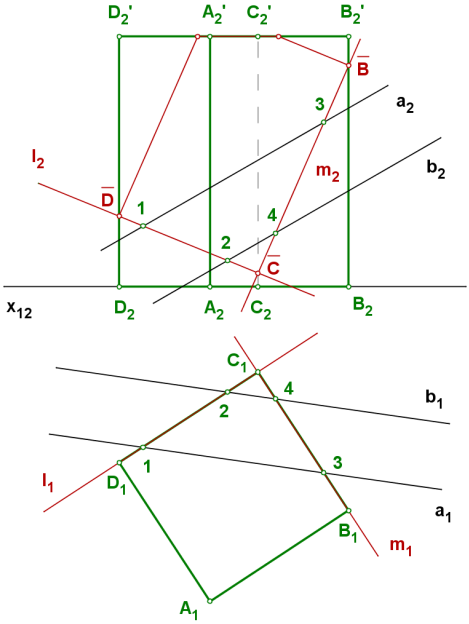
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



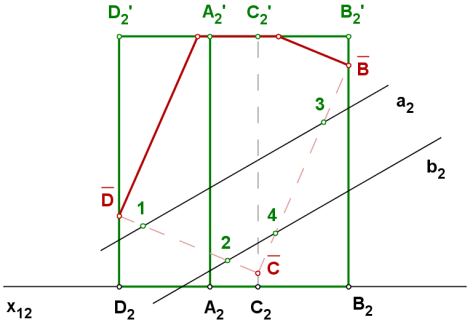
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu

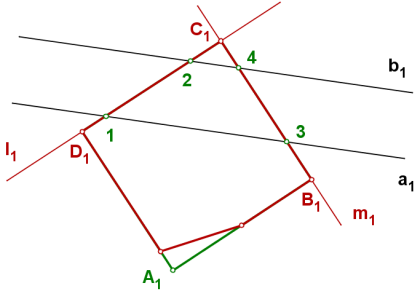


SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu

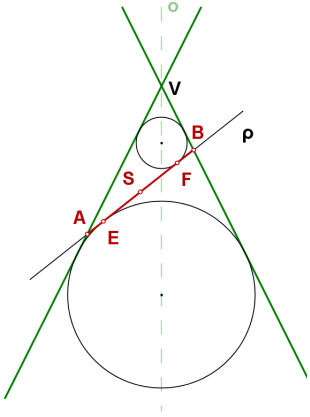




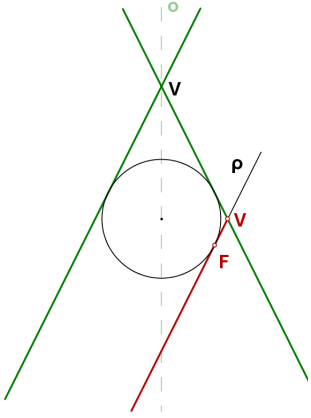
ŘEZY TĚLES - řez rotačního kuželu

budeme uvažovat rotační kuželovou plochu a rovinu řezu, která není vrcholová

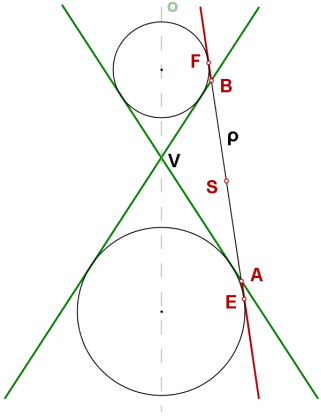
Quetelet - Dandelinova věta: Řez rotační kuželové plochy je kuželosečka. Její ohniska jsou body v nichž se rovina řezu dotýká kulových ploch, které jsou do rotační kuželové plochy vepsány.



elipsa



parabola

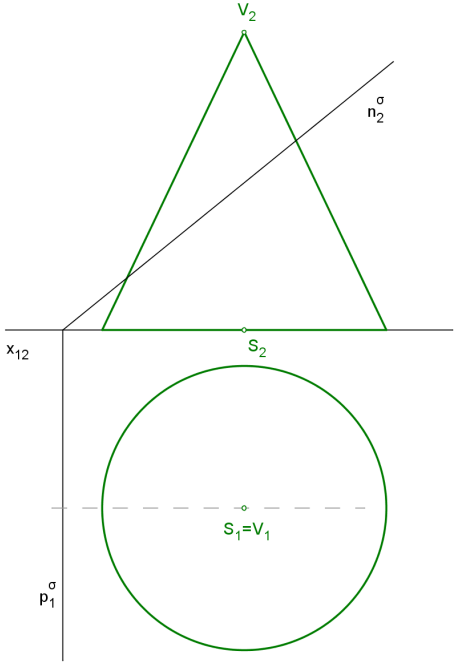


hyperbola

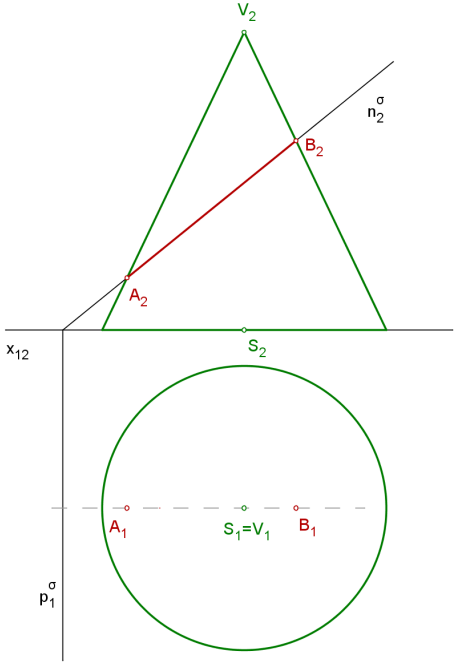
Důsledky Quetelet - Dandelinovy věty:

- Hlavní osa kuželosečky řezu je průsečnicí roviny řezu a roviny, která prochází osou rotačního kuželu a je kolmá k rovině řezu.
- Pravoúhlým průmětem kuželosečky řezu je kuželosečka jejímž ohniskem je průmět vrcholu kuželu.

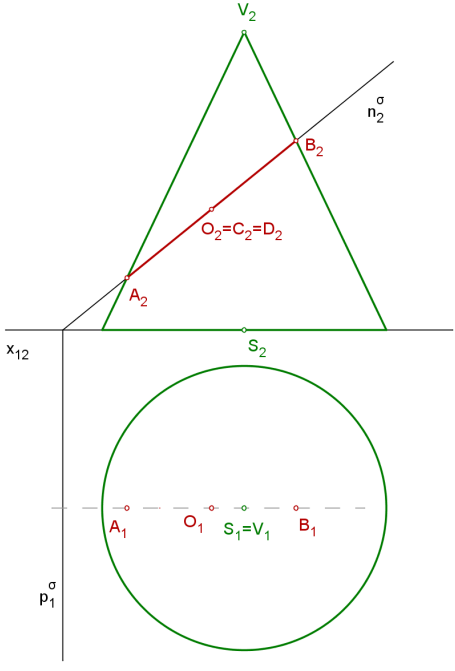
Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



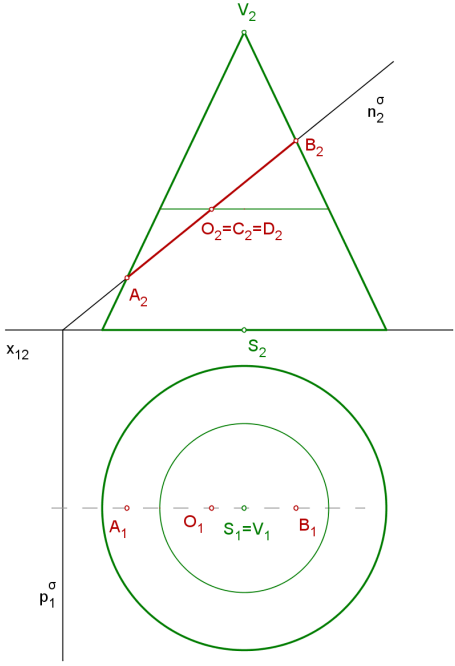
Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



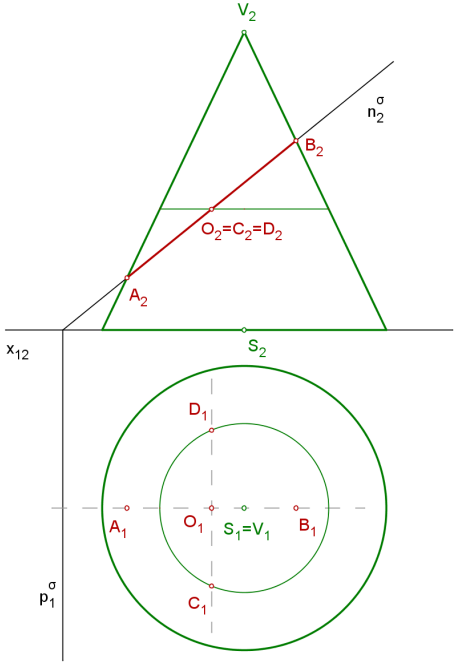
Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



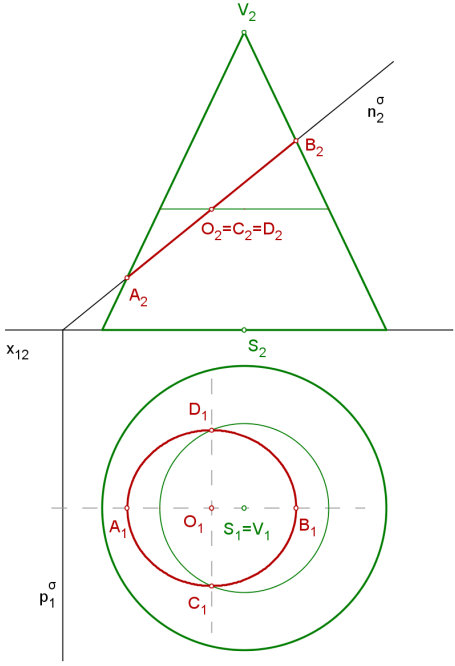
Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



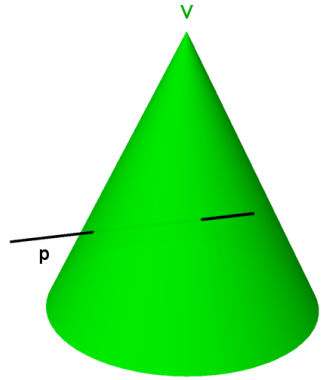
Příklad: Určete řez daného rotačníko kuželu rovinou σ.



PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

kužel a jehlan:

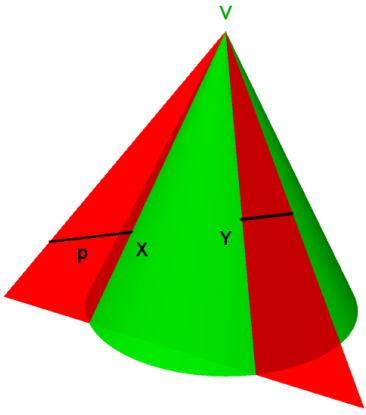
- průsečík přímky p s kuželem určíme pomocí řezu rovinou, která prochází přímkou p
- výhodná je tzv. vrcholová rovina - rovina určená přímkou p a vrcholem kuželu V
- hledané body jsou průsečíky řezu vrcholovou rovinou s přímkou p



PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

kužel a jehlan:

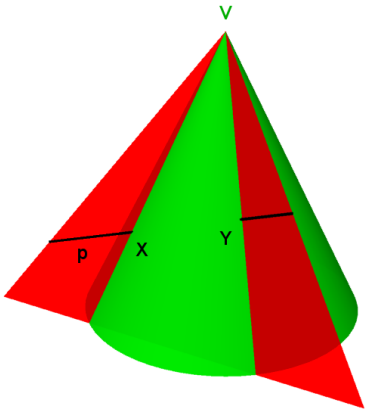
- průsečík přímky p s kuželem určíme pomocí řezu rovinou, která prochází přímkou p
- výhodná je tzv. vrcholová rovina - rovina určená přímkou p a vrcholem kuželu V
- hledané body jsou průsečíky řezu vrcholovou rovinou s přímkou p



PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

kužel a jehlan:

- průsečík přímky p s kuželem určíme pomocí řezu rovinou, která prochází přímkou p
- výhodná je tzv. vrcholová rovina - rovina určená přímkou p a vrcholem kuželu V
- hledané body jsou průsečíky řezu vrcholovou rovinou s přímkou p

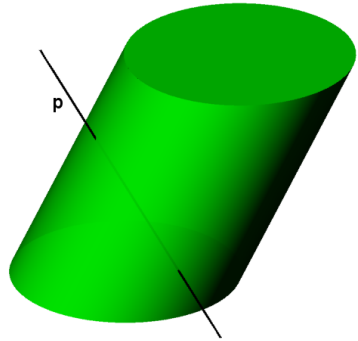


průsečík přímky s jehlanem určujeme stejným způsobem

PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

válec a hranol:

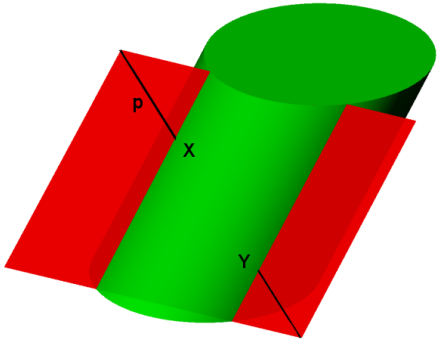
- průsečík přímky p s válcem určíme opět pomocí řezu rovinou
- vhodnou rovinou je rovina, která je rovnoběžná s osou válce a prochází přímkou p
- hledané body jsou opět průsečíky nalezeného řezu s přímkou p



PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

válec a hranol:

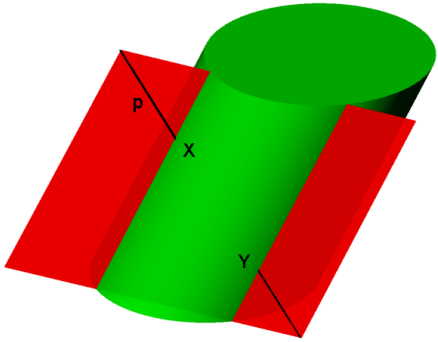
- průsečík přímky p s válcem určíme opět pomocí řezu rovinou
- vhodnou rovinou je rovina, která je rovnoběžná s osou válce a prochází přímkou p
- hledané body jsou opět průsečíky nalezeného řezu s přímkou p



PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

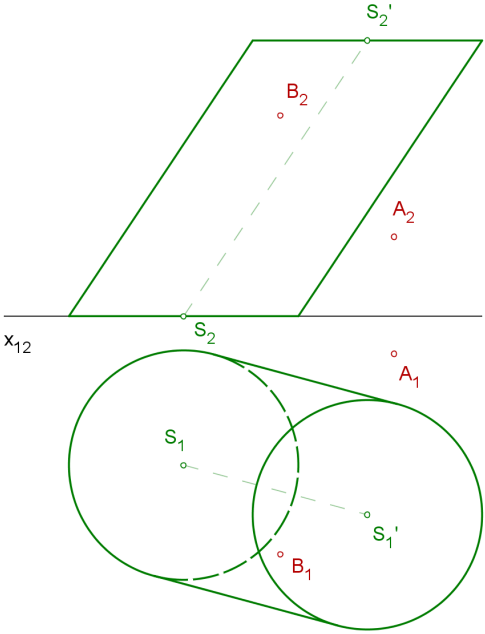
válec a hranol:

- průsečík přímky p s válcem určíme opět pomocí řezu rovinou
- vhodnou rovinou je rovina, která je rovnoběžná s osou válce a prochází přímkou p
- hledané body jsou opět průsečíky nalezeného řezu s přímkou p

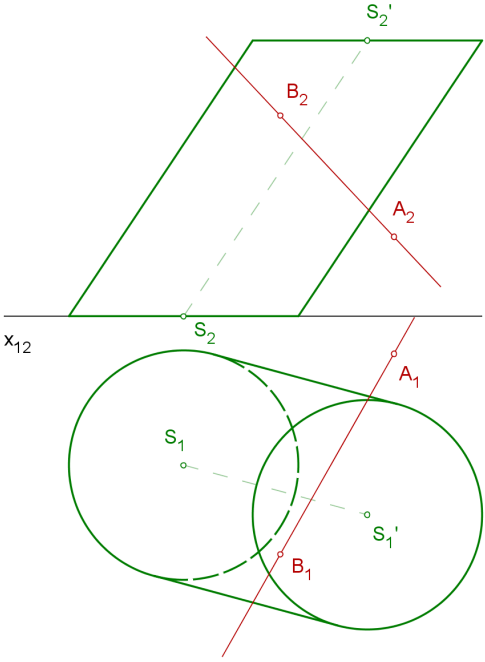


průsečík přímky s hranolem určujeme pomocí roviny, která je rovnoběžná s boční hranou hranolu a prochází přímkou p, nebo pomocí promítací roviny přímky p

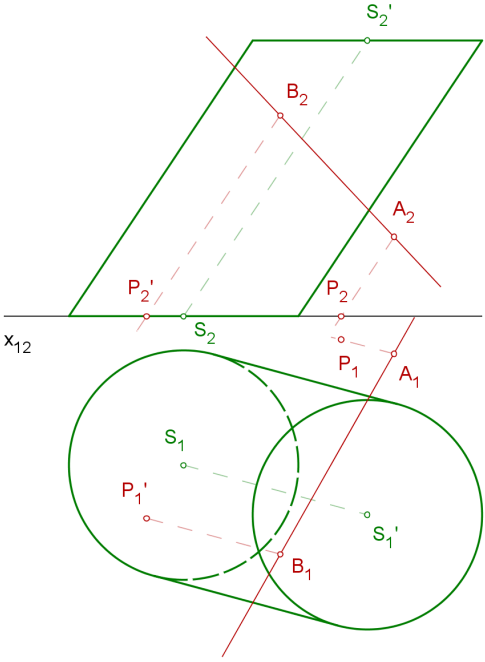
Příklad: Určete průsečík přímky AB s daným šikmým válcem.



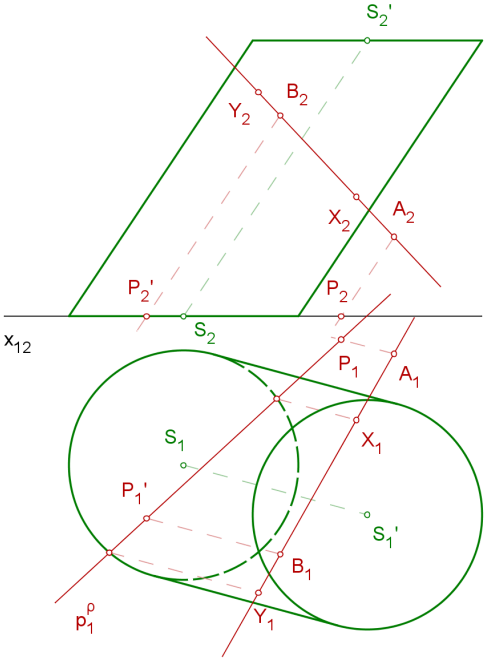
Příklad: Určete průsečík přímky AB s daným šikmým válcem.



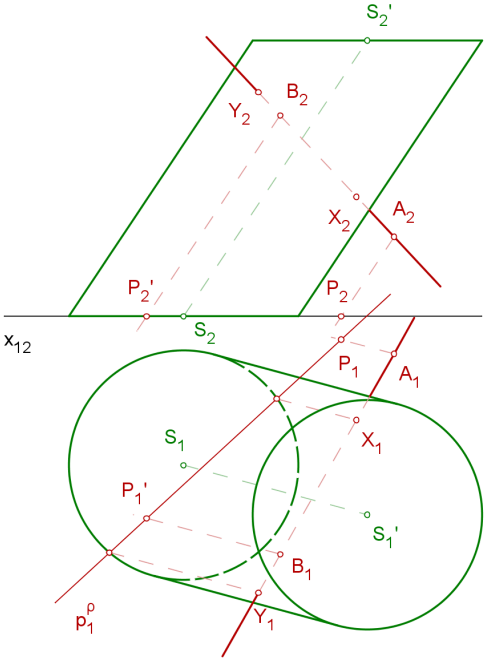
Příklad: Určete průsečík přímky AB s daným šikmým válcem.



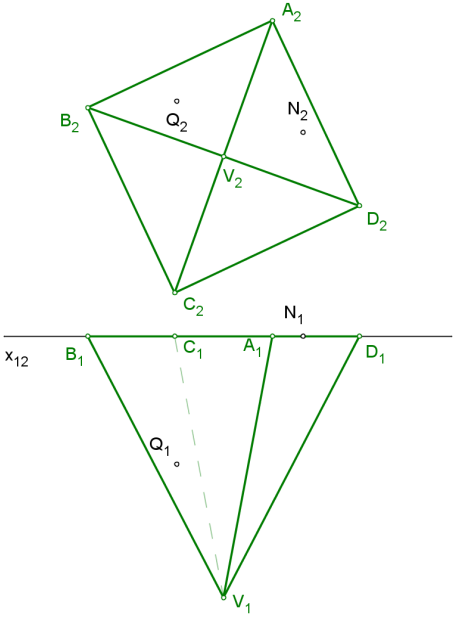
Příklad: Určete průsečík přímky AB s daným šikmým válcem.



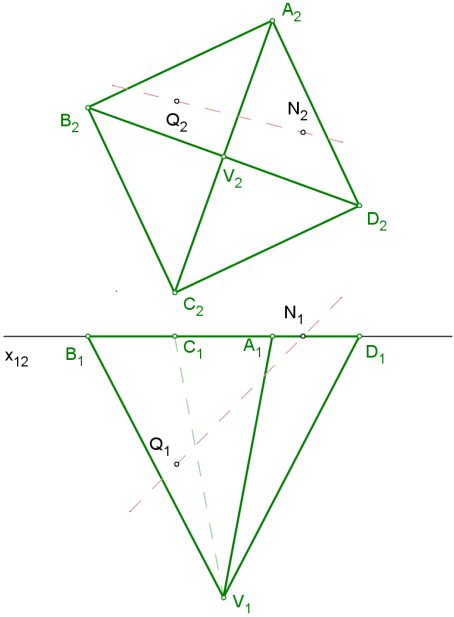
Příklad: Určete průsečík přímky AB s daným šikmým válcem.



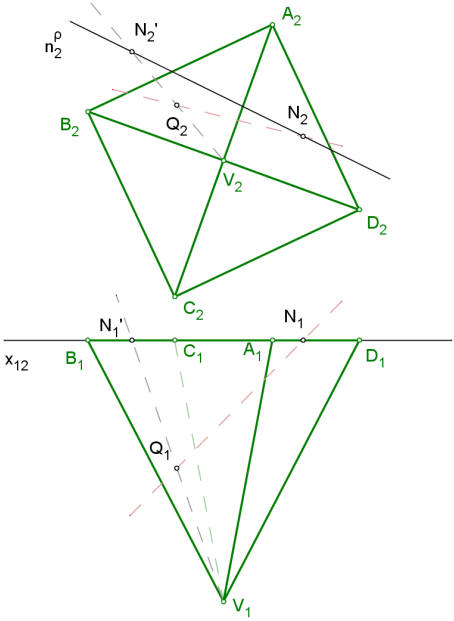
Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.



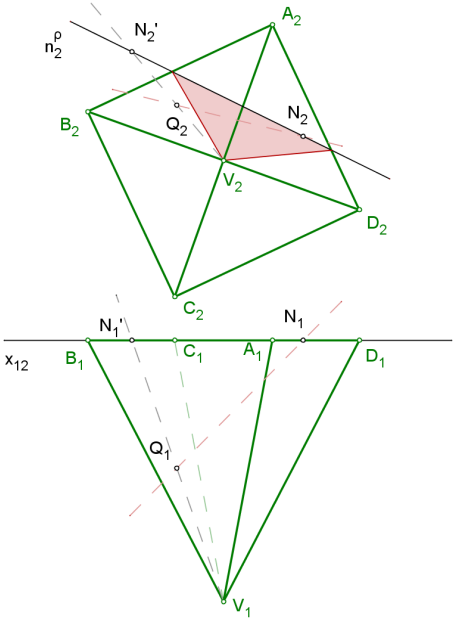
Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.



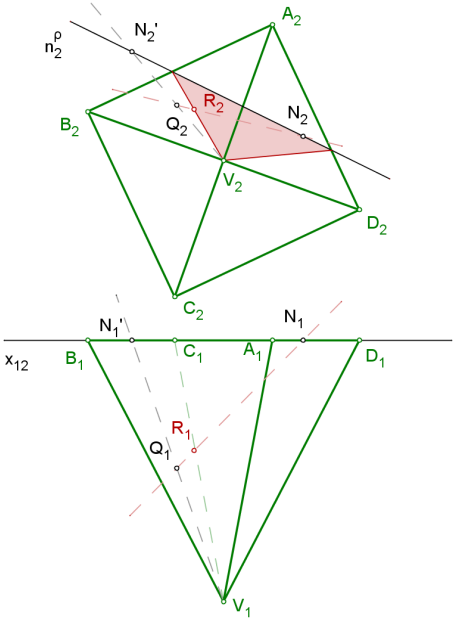
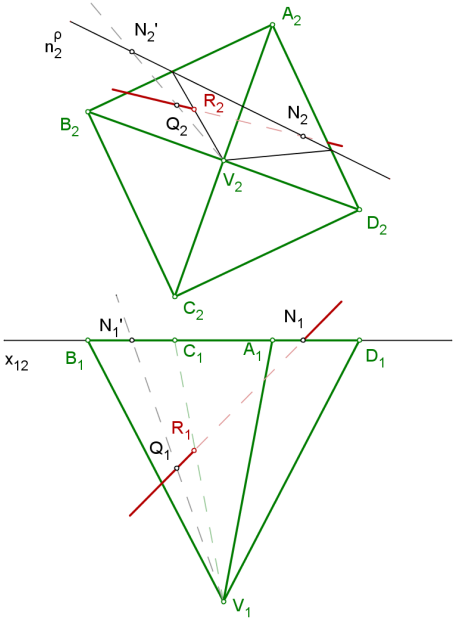
Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.



Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.



Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.



Příklad: Určete průsečík přímky PQ s daným jehlanem.