

Konstruktivní geometrie

&

technické kreslení

PODKLADY PRO PŘEDNÁŠKU

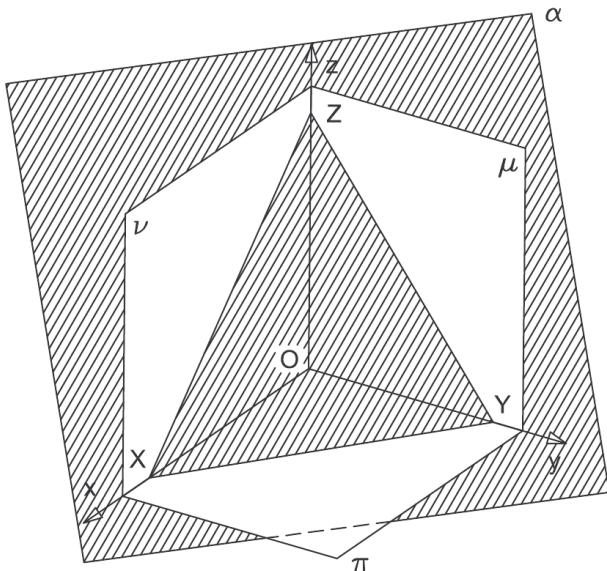


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpořeno projektem Průřezová inovace studijních programů Lesnické a dřevařské fakulty MENDELU v Brně (LDF) s ohledem na disciplíny společného základu <http://akademie.ldf.mendelu.cz/cz> (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0021) za přispění finančních prostředků EU a státního rozpočtu České republiky.

AXONOMETRIE

Axonometrie je promítání na jednu průmětnu (další tři průmětny jsou pouze pomocné).



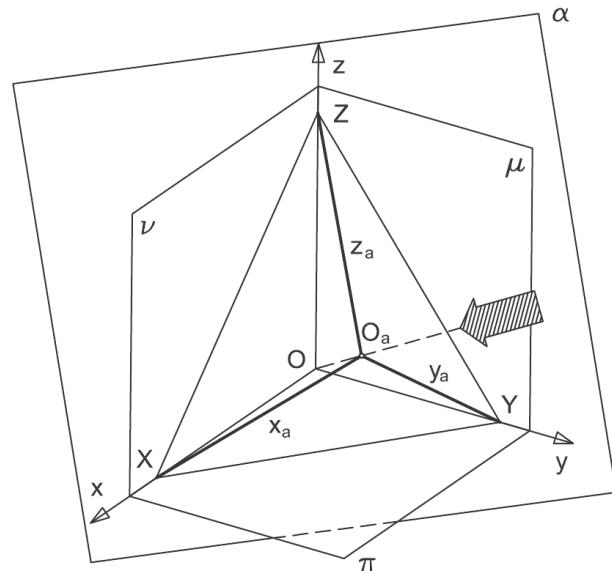
π ... půdorysna

ν ... nárysna

μ ... bokorysna

α ... axonometrická průmětna

Axonometrická průmětna α protíná všechny osy x, y, z v bodech X, Y, Z , ΔXYZ tvoří takzvaný **axonometrický trojúhelník**.



objekty v prostoru promítáme do roviny α směrem s

stejně tak promítáme do roviny α i půdorysy, nárysy a bokorysy a osy x, y, z

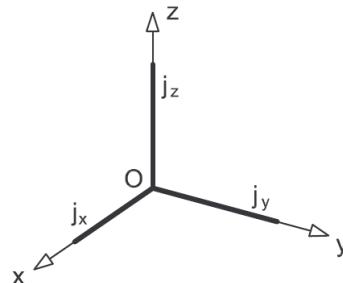
axonometrické průměty značíme s indexem a , to ale budeme v dalším vynechávat

Průmětem os x, y, z vzniká **axonometrický osový kříž**

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

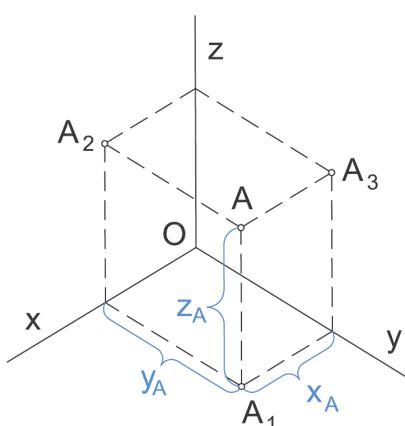
Průmětem jednotkové úsečky j na osách x, y, z jsou **axonometrické jednotky**

$$j_x, j_y, j_z.$$



POHLKEOVA VĚTA: Každé tři úsečky v rovině, které mají společný jeden krajní bod, a které neleží v jedné přímce, jsou rovnoběžným průmětem tří vzájemně kolmých a stejně dlouhých úseček, které mají společný jeden krajní bod.

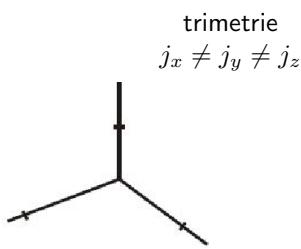
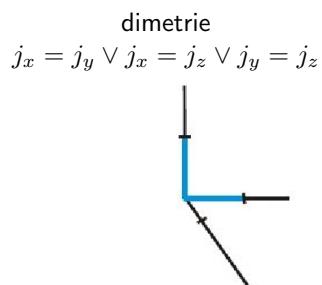
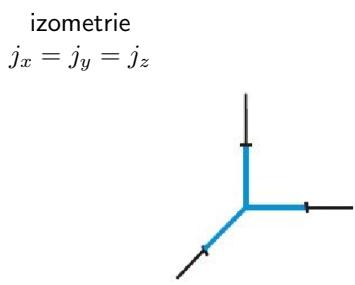
Průmět bodu



- souřadnicový kvádr bodu A :
- A ... axonometrický průmět
- A_1 ... axonometrický půdorys
- A_2 ... axonometrický nárys
- A_3 ... axonometrický bokorys
- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x, y_A = a_2 \cdot j_y, z_A = a_3 \cdot j_z$,
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. **redukované souřadnice** bodu A .
- Pro určení bodu stačí 2 průměty, zpravidla A, A_1 .
- Spojnice bodů A, A_1 je tzv. **ordinála**.

Rozdělení axonometrií

1. Podle velikosti jednotek j_x, j_y, j_z :

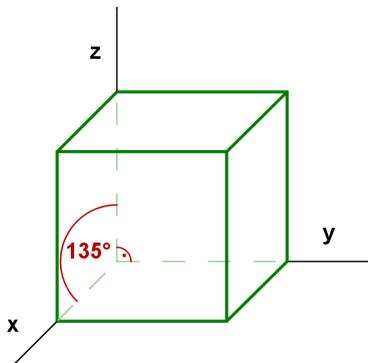


2. Podle směru promítání

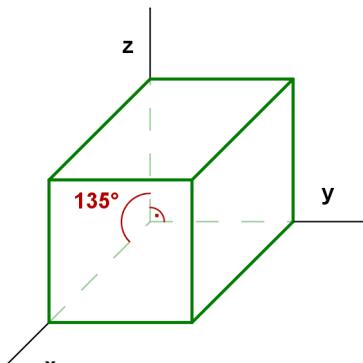
- $s \perp \alpha$ pravoúhlá axonometrie
- $s \not\perp \alpha$ šikmá (kosoúhlá) axonometrie

Speciální axonometrie

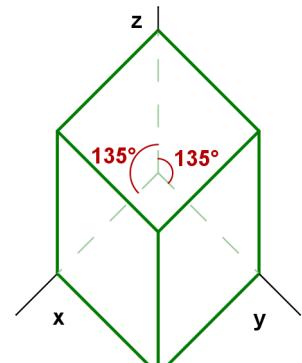
Volné rovnoběžné promítání
 $j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$



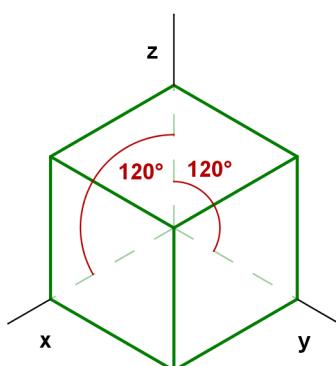
Kavalírní promítání
 $j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$



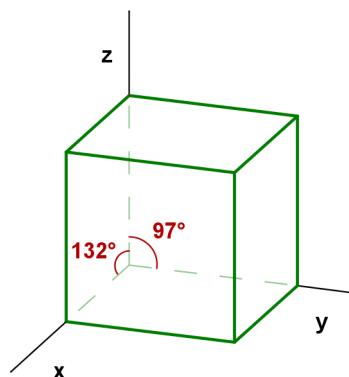
Vojenská perspektiva
 $j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$



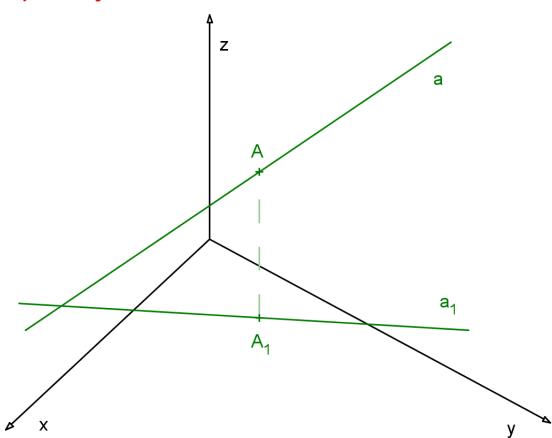
Technická izometrie
 $j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$



Technická dimetrie (inženýrská perspektiva)
 $j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$



Průmět přímky



- K určení přímky stačí její dva libovolné průměty, zpravidla používáme axonometrický průmět a půdorys.

- Bod ležící na přímce se zobrazí do bodu na přímce v každém průmětu.

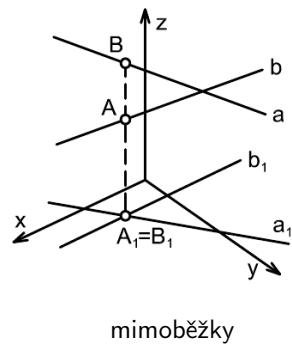
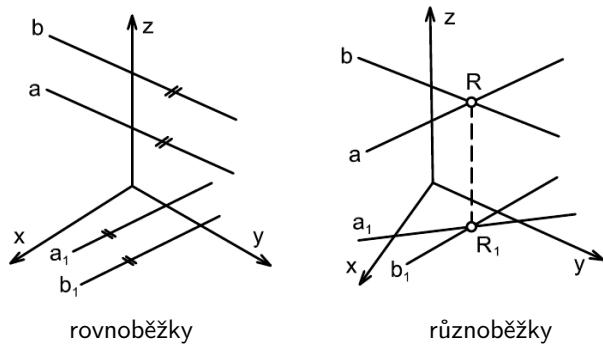
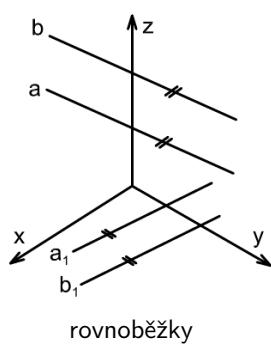
- Průsečíky přímky s průmětnami nazýváme stopníky

P ... půdorysný stopník

N ... nárysny stopník

M ... bokorysný stopník

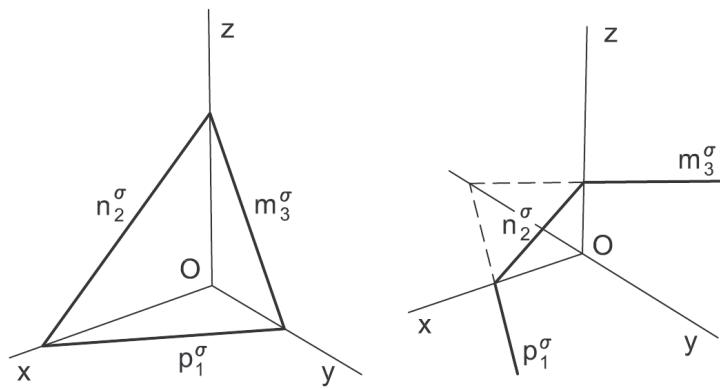
Vzájemná poloha dvou přímek



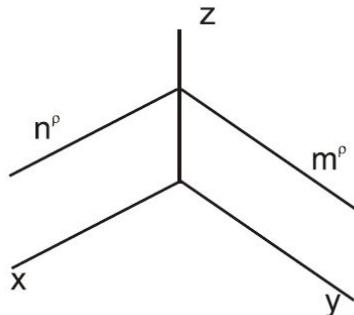
Zobrazení roviny

Rovina se zadává:

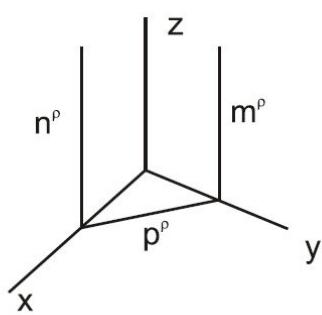
- sdruženými průměty určujícími prvků (2 různoběžky, 2 rovnoběžky, bod + přímka, 3 body)
- pomocí stop:



Speciální polohy roviny:



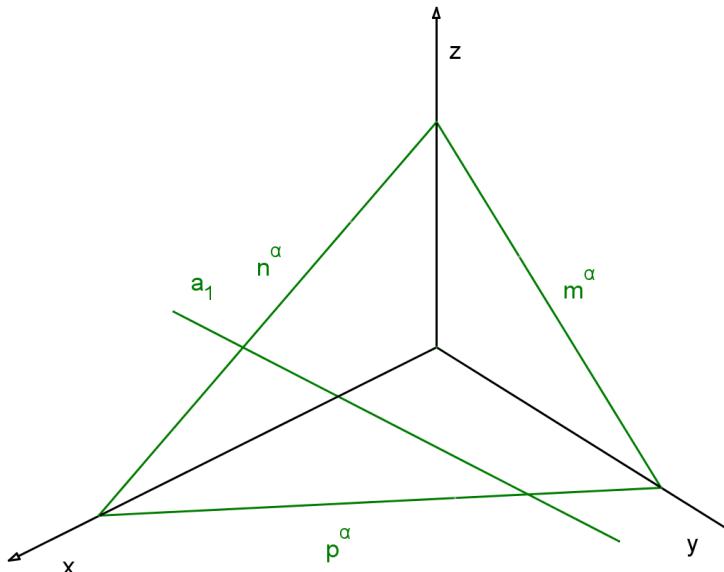
rovina rovnoběžná s π



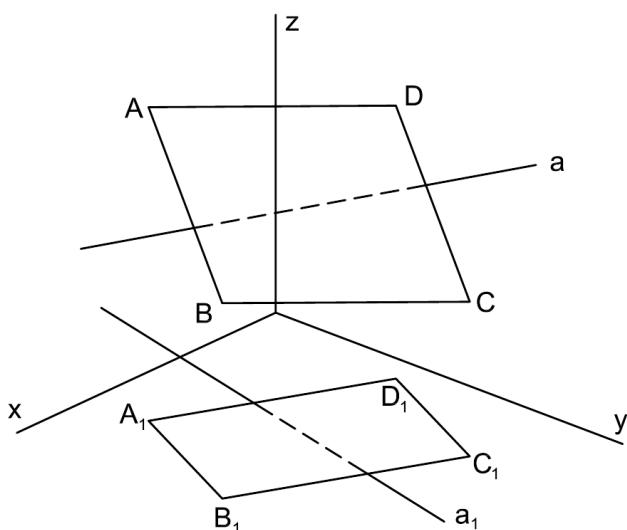
rovina kolmá k π

Úkol: Nakreslete případ roviny rovnoběžné s nárysou a roviny, která je kolmá na nárysnu (a není současně rovnoběžná s bokorysnou).

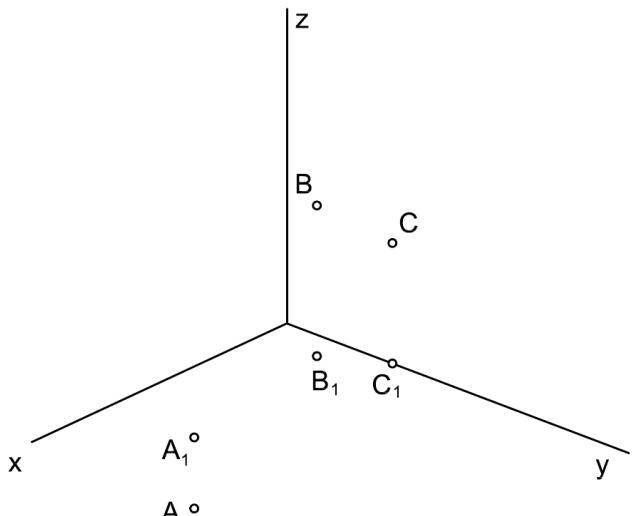
Příklad: Je dáná rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a , $a \in \alpha$, je-li dáno a_1 .



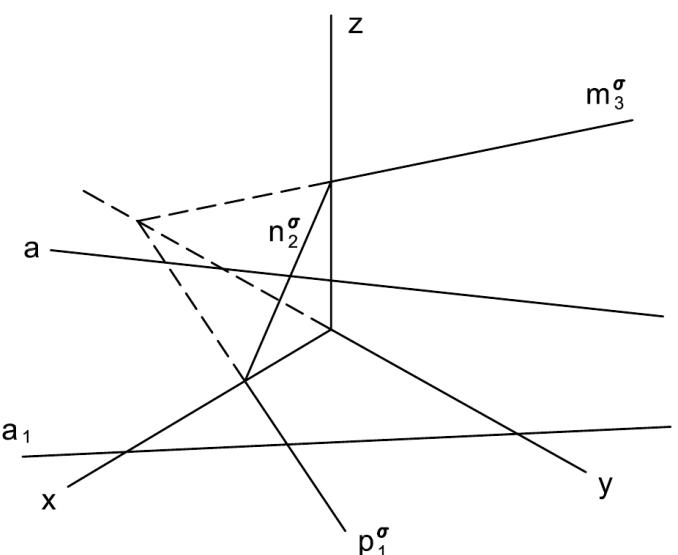
Příklad: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



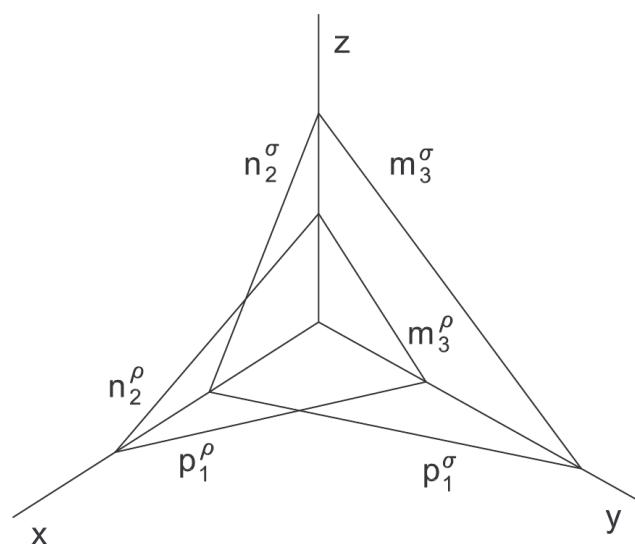
Příklad: Rovina σ je dáná třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



Příklad: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



Příklad: Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ , které jsou dány svými stopami.



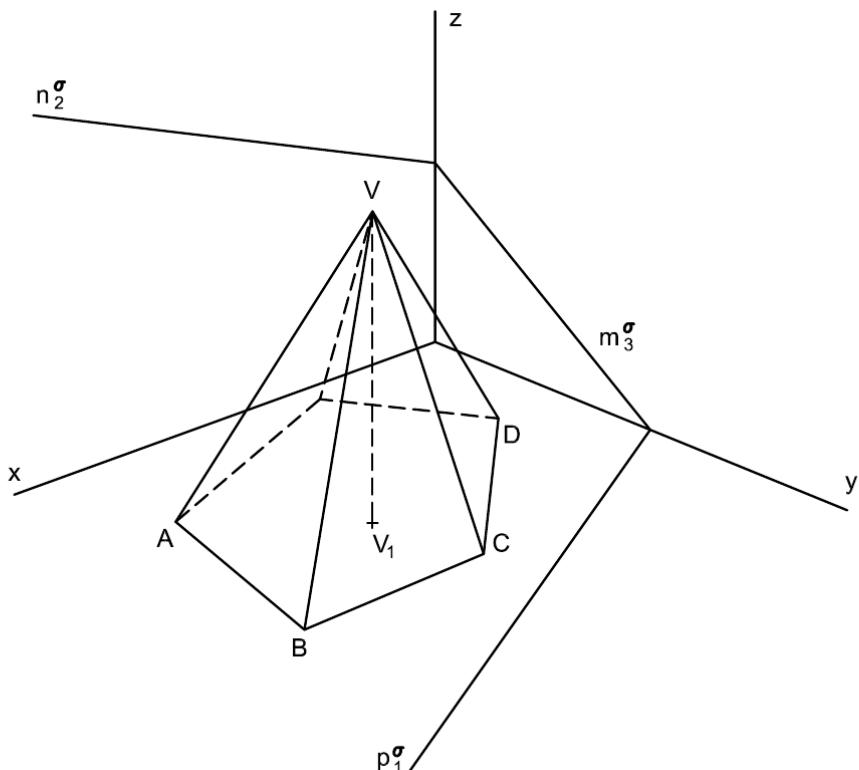
ŘEZY TĚLES - hranol a jehlan

- postup řešení je stejný jako v Mongeově promítání

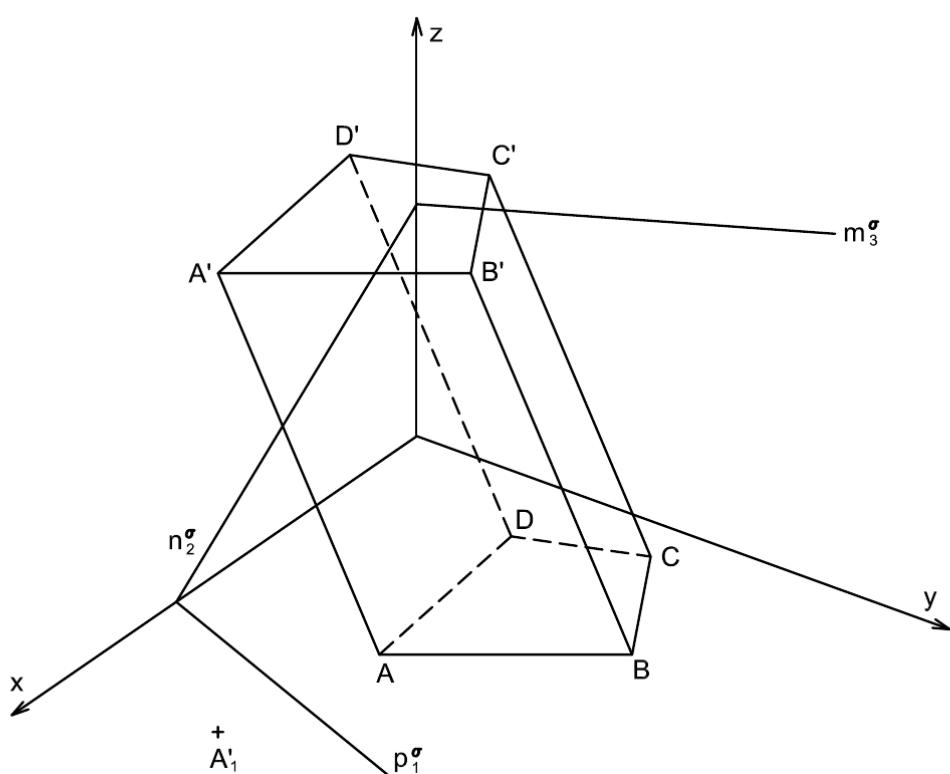
připomenutí:

- najdeme jeden **bod řezu** - průsečík jedné z bočních hran hranolu/jehlanu s rovinou řezu
- určíme **osu affinity/kolineace** mezi řezem a dolní podstavou - průsečnice roviny řezu s rovinou dolní podstavy
- další body řezu na hranách určíme afinitou/kolineací
- určíme **viditelnost řezu**

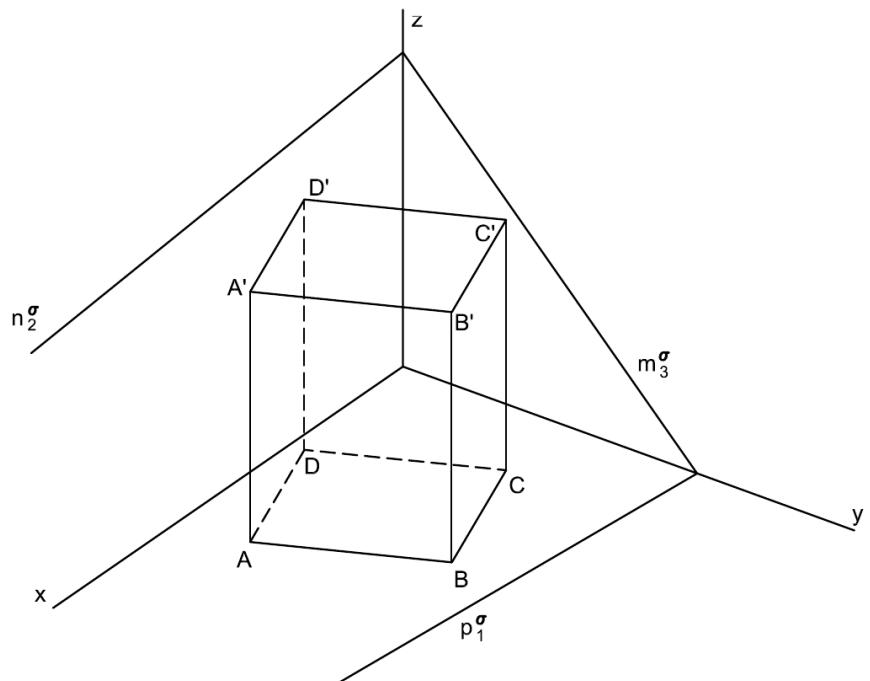
Příklad: Sestrojte řez daného pětibokého jehlanu, jehož dolní podstava leží v půdorysně, rovinou σ .



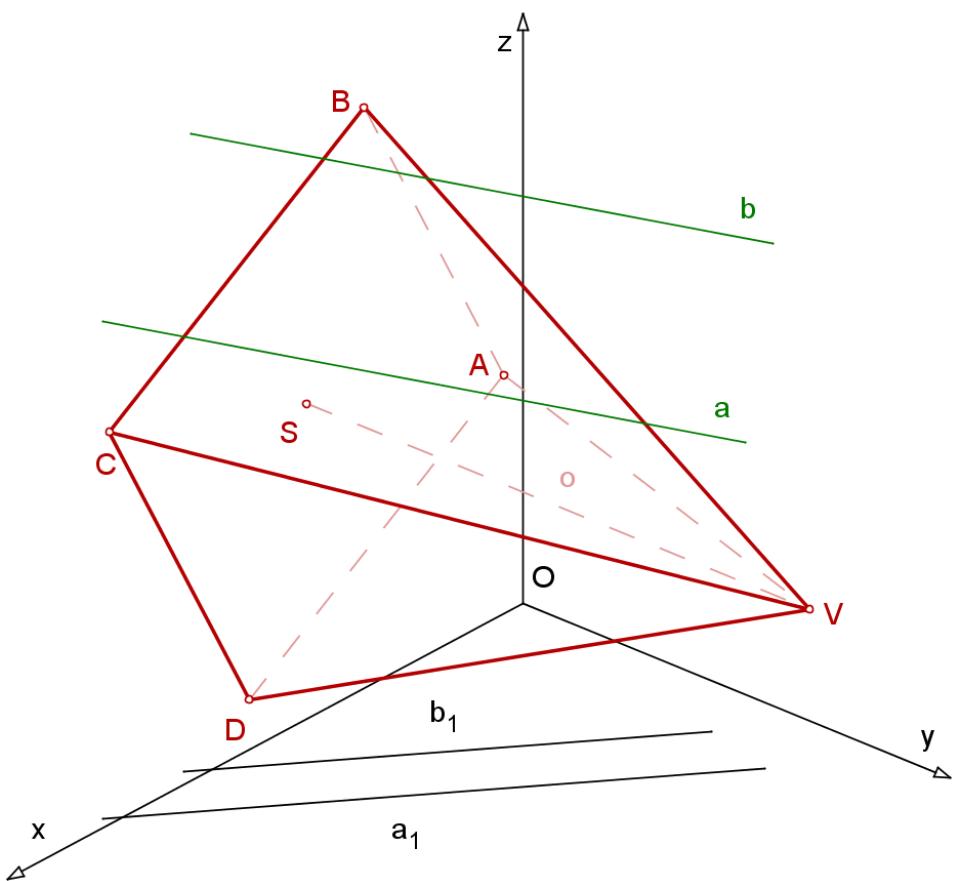
Příklad: Sestrojte řez daného šikmého hranolu (s dolní podstavou v půdorysně) rovinou σ .



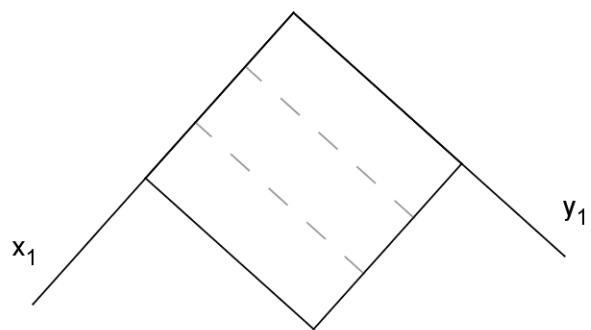
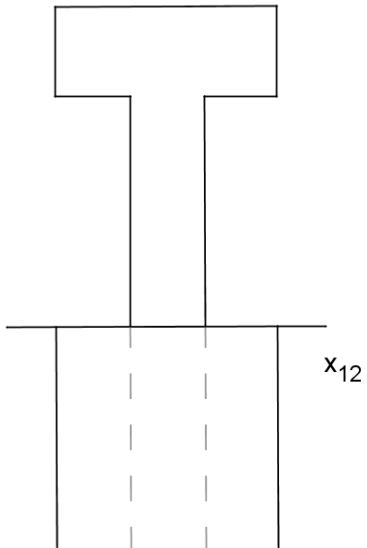
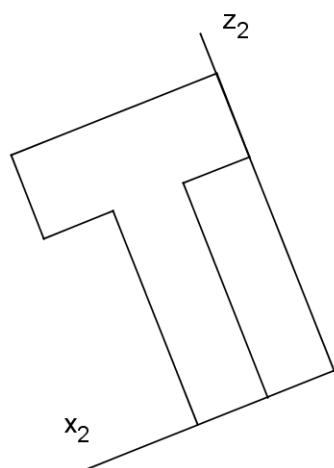
Příklad: Sestrojte řez daného kolmého hranolu (s dolní podstavou v půdorysně) rovinou σ .



Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu s podstavou v nárysni rovinou ρ , která je daná rovnoběžkami a , b .

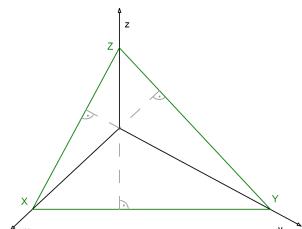


Příklad: Z daného půdorysu a nárysu sestrojte axonometrický obraz tělesa.

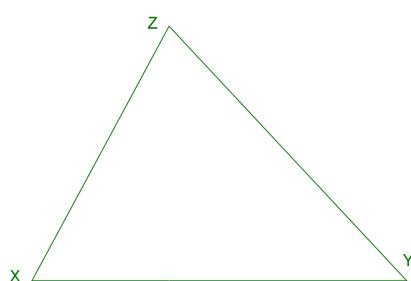


Pravoúhlá (kolmá) axonometrie:

Pokud je směr promítání kolmý na axonometrickou průmětnu ($s \perp \alpha$), pak se osy x, y, z promítají do výšek ΔXYZ



Úkol: V pravoúhlé axonometrii dané axonometrickým ΔXYZ zobrazte bod $A = [2, 4, 3]$ (souřadnice jsou neredukované).



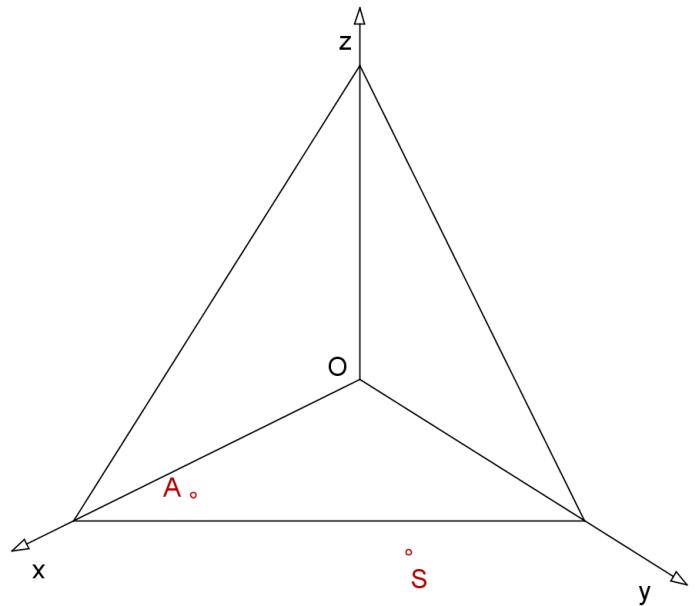
ZOBRAZENÍ PRAVIDELNÉHO N-ÚHelníKA

- pravidelný n-úhelník se v pomocných průmětnách zobrazuje zkreslený
- v axonometrické průmětně se zobrazuje ve skutečné velikosti
- mezi pomocnou průmětnou a jejím obrazem otočeným do axonometrické průmětny je vztah affinity

Příklad: V axonometrické půdorysně zobrazte čtverec o středu S a vrcholu A .

Postup řešení:

- otočíme pomocnou průmětnu (ve které máme n-úhelník zobrazit) do axonometrické průmětny
- v axonometrické průmětně narýsujeme požadovaný n-úhelník
- n-úhelník otočíme zpět do pomocné průmětny



ZOBRAZENÍ KRUŽNICE - v jedné z pomocných průměten

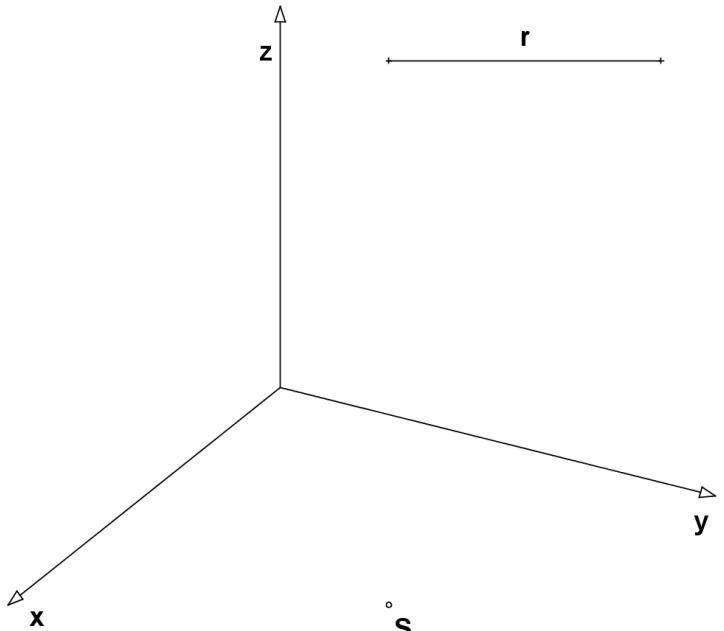
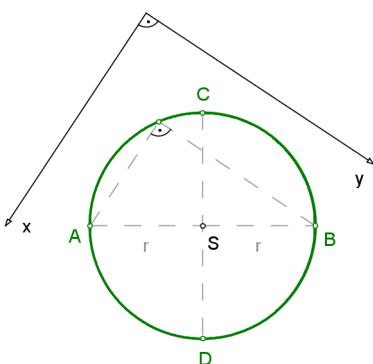
kružnice (S, r) se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa

Příklad: V axonometrické půdorysně zobrazte kružnici (S, r) .

Postup řešení:

- průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S
- koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy
- průsečík rovnoběžek s osami x a y těmito hlavními vrcholy, je dalším bodem elipsy

pohled kolmo do půdorysny:



- vedlejší vrcholy elipsy získáme použkovou konstrukcí a elipsu dorýsujeme pomocí oskulačních kružnic

AFINITA - kružnice

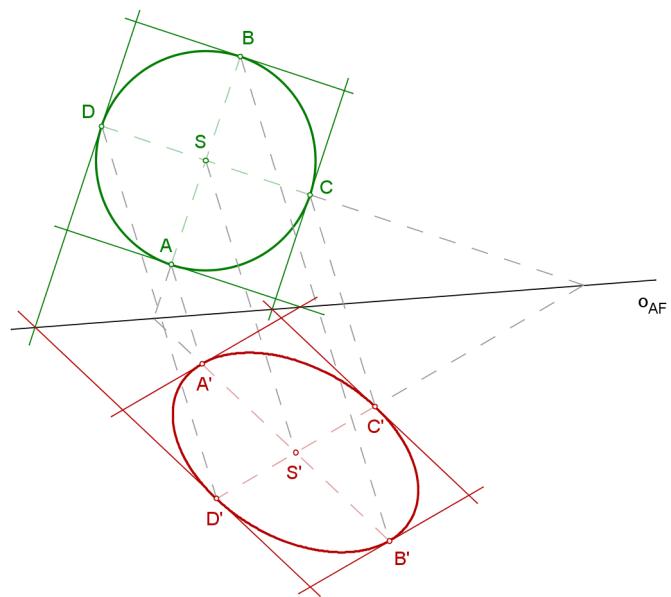
- kružnici (obecně elipse) odpovídá v afinitě elipsa (ve speciálním případě opět kružnice)
- obrazem středu kružnice je střed elipsy
- sdružené průměry kružnice se zobrazují na sdružené průměry elipsy.

Připomenutí:

Dva průměry kružnice nebo elipsy se nazývají **sdružené průměry**, právě když tečny v krajních bodech jednoho průměru jsou rovnoběžné s druhým průměrem.

⇒ u kružnice jsou každé dva sdružené průměry navzájem kolmé

⇒ u elipsy existuje jediná dvojice sdružených průměrů, které jsou na sebe kolmé, a to průměry na hlavní a vedlejší ose

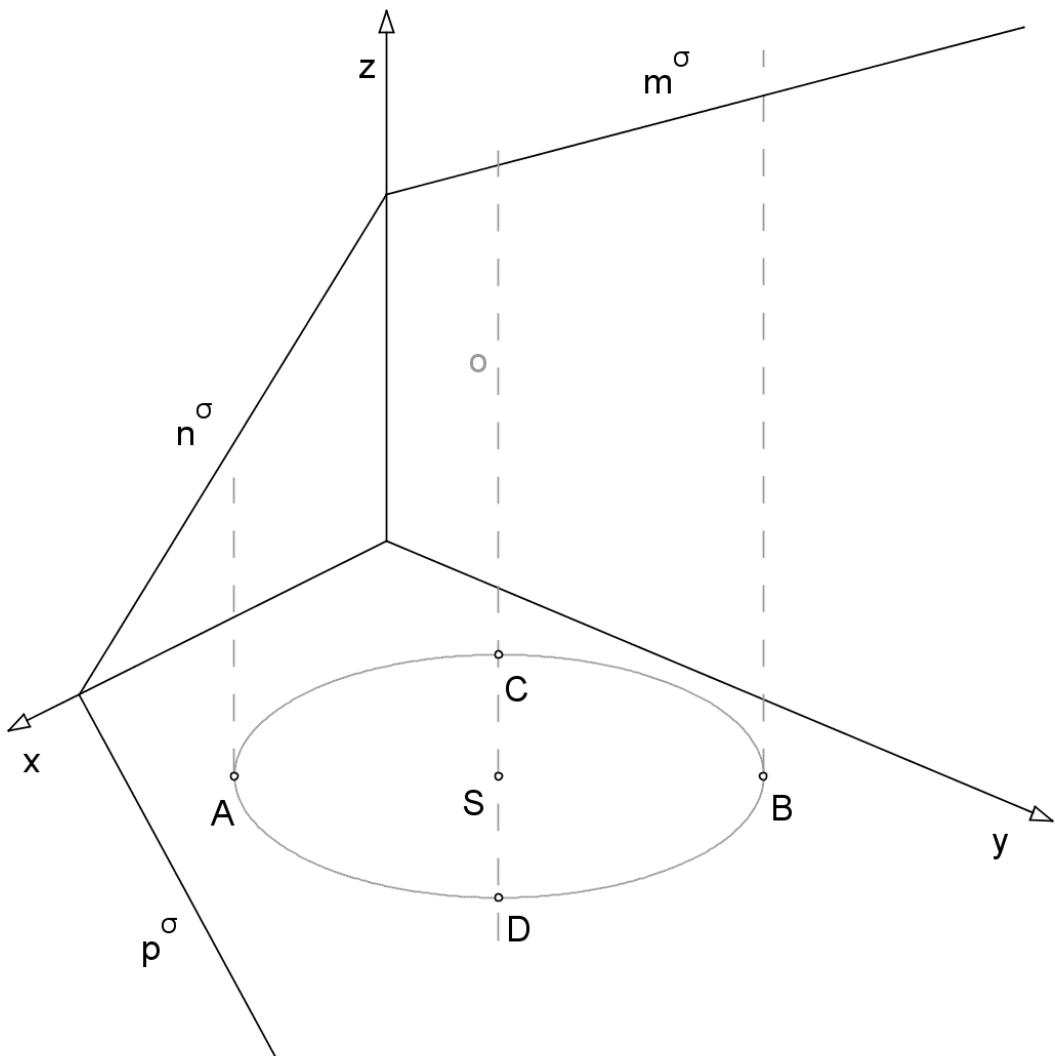


ŘEZY TĚLES - válec

Příklad: Seřízněte danou rotační válcovou plochu s řídící kružnicí v půdorysné rovinou σ .

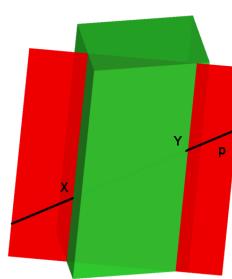
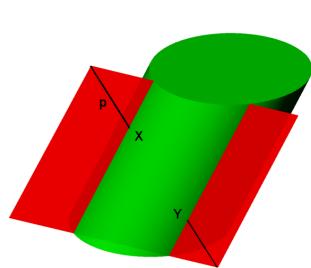
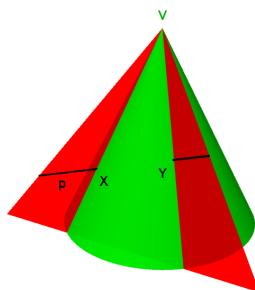
postup řešení:

- najdeme alespoň jeden bod řezu
- pomocí affinity určíme sdružené průměry elipsy, do které se promítá řez válce
- hledanou elipsu dorýsujeme příčkovou konstrukcí

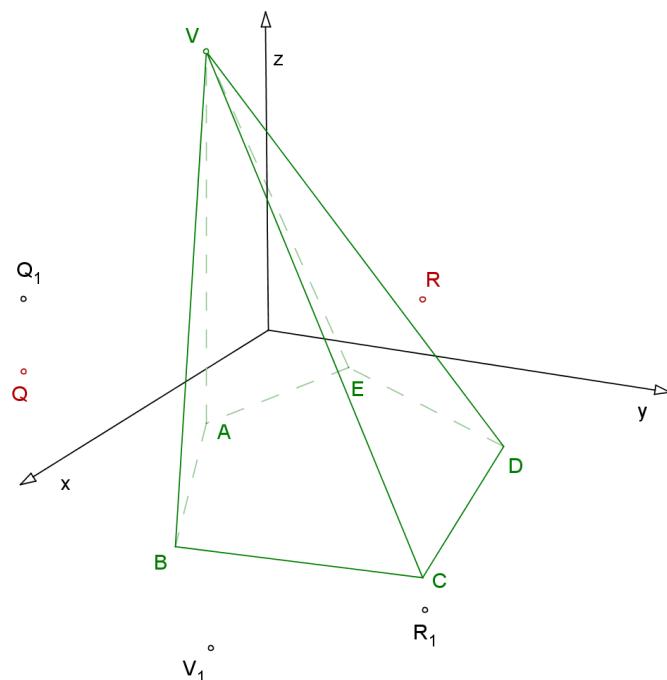


PRŮSEČÍK PŘÍMKY S TĚLESEM

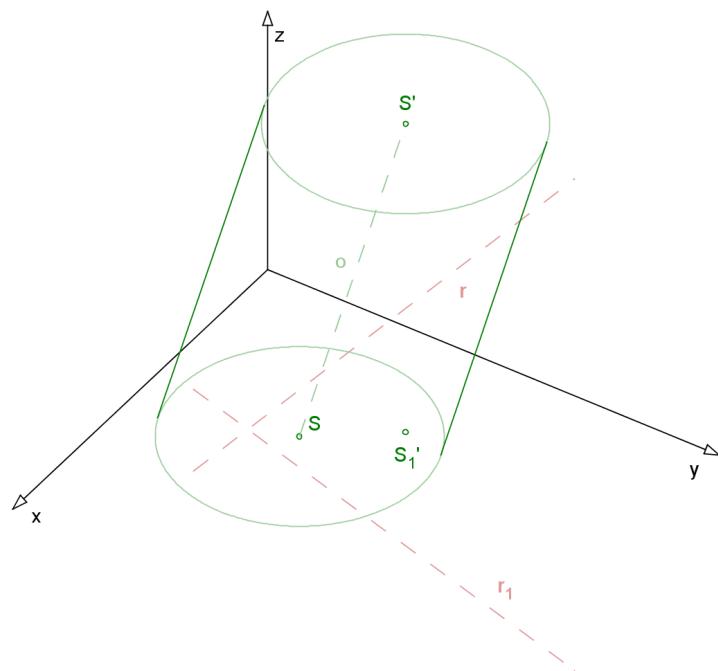
- průsečík přímky p s kuželem a jehlanem určujeme pomocí řezu vrcholovou rovinou, která prochází přímkou p
- průsečík přímky p s válcem určujeme pomocí řezu rovinou, která prochází přímkou p a je rovnoběžná s osou válce.
- průsečík přímky p s hranolem určujeme pomocí řezu rovinou, která prochází přímkou p a je rovnoběžná s bočními hranami hranolu.



Příklad: Určete průsečík přímky QR s daným jehlanem, jehož podstava leží v půdorysně.



Příklad: Určete průsečíky přímky r s daným šíkmým válcem (s dolní podstavou v půdorysně), určete viditelnost tělesa a přímky.



OSVĚTLENÍ TĚLES

• středové osvětlení

• rovnoběžné osvětlení

- vlastní stín předmětu je tvořen neosvětlenými body

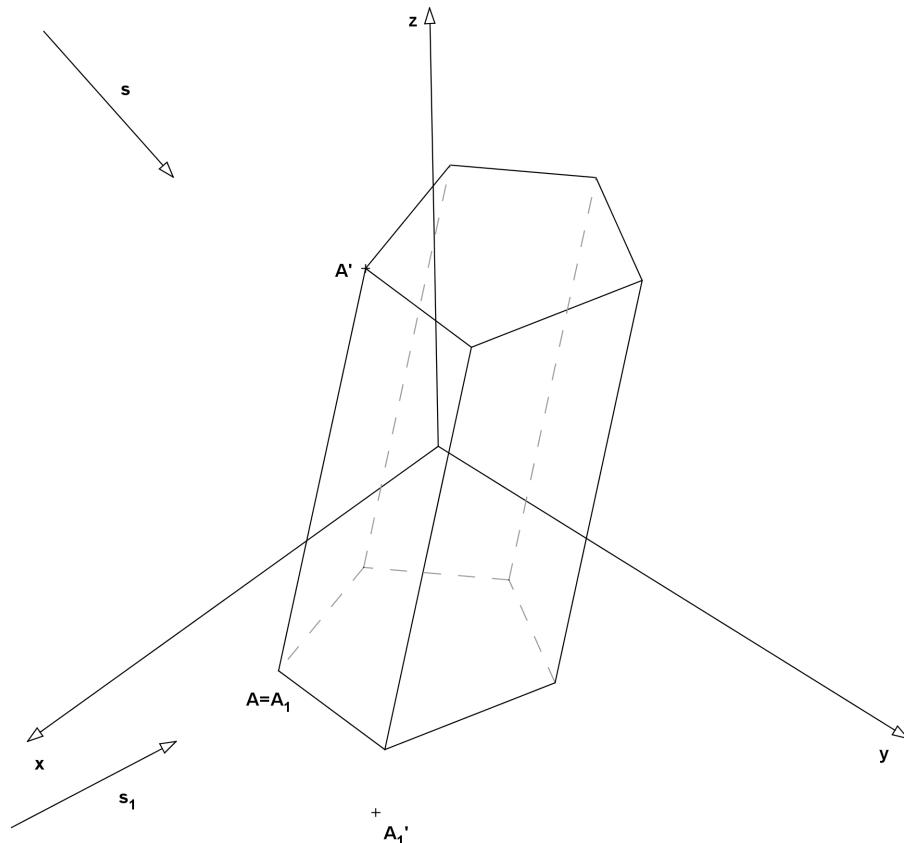
mez vlastního stínu je tvořena body, ve kterých se světelné paprsky dotýkají předmětu

- vržený stín předmětu je množina průsečíků světelných paprsků, které prochází předmětem, s rovinou, na kterou vrháme stín

mez vrženého stínu je vrženým stínem meze vlastního stínu

Poznámka: Většinou postupujeme tak, že určíme vržený stín a teprve poté stín vlastní tzv. metodou zpětných paprsků.

Příklad: Je daný hranol s dolní podstavou v půdorysně a směr osvětlení s . Určete vržený stín tělesa do půdorysny (ostatní průmětny považujte za průhledné), dále určete vlastní stín na tělesu.



Příklad: Směrem s osvětlete daný jehlan, jehož dolní podstava leží v půdorysně, pomocné průmětny považujte za neprůhledné .

