

Průsečíky grafu funkce s osami souřadnic

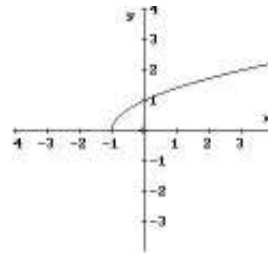
Všechny body ležící na ose y mají x-ovou souřadnici rovnu 0, proto průsečík s osou y vypočítáme, když dosadíme do funkčního předpisu $x = 0$

Body na ose x mají y-ovou souřadnici rovnu 0, tedy průsečíky s osou x dostaneme, když dosadíme $y = 0$.

Příklad: Vypočítejte průsečíky grafu funkce $y = \sqrt{x+1}$ se souřadnicovými osami.

$$\begin{aligned} \text{Průsečík s osou } y : x = 0 &\Rightarrow y = \sqrt{1} \\ &y = 1 \quad \dots P_y = [0,1] \end{aligned}$$

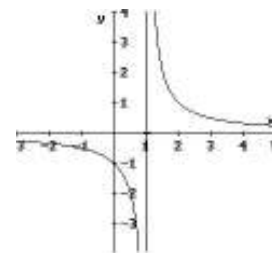
$$\begin{aligned} \text{Průsečíky s osou } x : y = 0 &\Rightarrow 0 = \sqrt{x+1} \\ &0 = x+1 \\ &x = -1 \quad \dots P_x = [-1,0] \end{aligned}$$



Příklad: Vypočítejte průsečíky grafu funkce $y = \frac{1}{x-1}$ se souřadnicovými osami.

$$\begin{aligned} \text{Průsečík s osou } y : x = 0 &\Rightarrow y = \frac{1}{-1} \\ &y = -1 \quad \dots P_y = [0,-1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Průsečíky s osou } x : y = 0 &\Rightarrow 0 = \frac{1}{x-1} \\ &0 \neq 1 \quad \text{rovnice nemá řešení,} \\ &\quad \text{průsečík neexistuje.} \end{aligned}$$



Poznámka: Vypočítáme-li průsečíky grafu s osou x, můžeme určit intervaly, na kterých je funkce kladná resp. záporná.

Průsečíky dvou grafů

- Vyjádříme funkce explicitně (tj. vyjádříme y), tedy máme $y = f_1(x)$ a $y = f_2(x)$.
- Průsečíky grafů jsou body, ve kterých jsou si funkce rovny, proto řešíme rovnici $f_1(x) = f_2(x)$. Získáme tak x-ové souřadnice průsečíků. (Ty stačí pro další výpočet, pokud počítáme např. obsah rovinného obrazce apod.)
- y-ové souřadnice průsečíků dopočítáme dosazením do kteréhokoliv (jednoduššího) předpisu.

Příklad: Vypočítejte průsečíky paraboly $y = (x + 2)^2$ a přímky $x + y = 0$.

Hledáme body v nichž jsou si rovny funkce $y = (x + 2)^2$ a $y = -x$, budeme řešit rovnici

$$(x + 2)^2 = -x$$

$$x^2 + 4x + 4 = -x$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -4 \\ x_2 = -1 \end{array}$$

Vypočítali jsme x-ové souřadnice průsečíků. Druhou souřadnici každého bodu dopočítáme dosazením do rovnice přímky $y = -x$.

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = 4$$

$$x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = 1$$

Průsečíky křivek jsou $[-4, 4]$ a $[-1, 1]$.

