

I. Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami

1. $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ $\ln 3$
2. $y = 1 - (x + 2)^2$, $y = 1$, osou y $\frac{8}{3}$
3. $y = \ln x$, osou x , $x = e$ 1
4. $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$ $\frac{125}{6}$
5. $y = x^2 - 2x$, $y = x - 2$ $\frac{1}{6}$
6. $y = \sqrt{x+1}$, $x + y + 1 = 0$, $x = 3$ $\frac{40}{3}$
7. $y = \frac{1}{x+1} - 1$, osou x , $x = 2$ $2 - \ln 3$
8. $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$ $\frac{9}{2}$
9. $xy = 6$, $x + y = 7$ $\frac{35}{2} - 6 \ln 6$
10. $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = \ln 2$ $\frac{1}{2}$
11. $y = 2x^3$, $y^2 = 4x$ $\frac{5}{6}$
12. $y = x^2 + 2x - 3$, $y = 4x$ $\frac{32}{3}$
13. $y = \frac{2}{x-2}$, $x + y = 5$ $\frac{3}{2} - 2 \ln 2$
14. $x^2 - 4x - y + 5 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ $\frac{4}{3}$
15. $y = x^2 + 1$, $y = 2x^2 + x + 1$ $\frac{1}{6}$

- | | | |
|-----|---|---------------------|
| 16. | $y^2 = x + 1, x + y - 1 = 0$ | $\frac{9}{2}$ |
| 17. | $y = \ln x, y = 0, \text{ pro } 2 \leq x \leq e$ | $2 - 2\ln 2$ |
| 18. | $y = \sin x, y = \cos x, \text{ osa } y$ | $\sqrt{2} - 1$ |
| 19. | $y = \frac{\pi}{4}, y = \arctg x, \text{ osa } y$ | $\frac{1}{2} \ln 2$ |

II. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce ohraničeného danými křivkami kolem osy x

- | | | |
|-----|---|--|
| 1. | $y = x^2, y^2 = x$ | $\frac{3}{10}\pi$ |
| 2. | $y = x, y = e^2, \text{ pro } x \geq 0$ | $\frac{2}{3}\pi \cdot e^6$ |
| 3. | $y = x^2 + 1, y = -x^2 + 2$ | $\frac{4}{\sqrt{2}}\pi$ |
| 4. | $y = 3 - x, x^2 + y^2 = 9$ | 9π |
| 5. | $xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0$ | 12π |
| 6. | $y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{cotg} x, x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ | $2\pi - \frac{\pi^2}{2}$ |
| 7. | $y = 1 - x^2, y = (x - 1)^2$ | $\frac{\pi}{3}$ |
| 8. | $y = 1 - x^2, y = x^2$ | $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ |
| 9. | $y = x^2, x + y = 2$ | $\frac{72}{5}\pi$ |
| 10. | $y = 1 + \frac{1}{x-3}, y = 0, x = -1$ | $\left(\frac{15}{4} - 2\ln 4 \right) \pi$ |

Pozn.: Plochy z příkladů si načrtněte!