

I. Pomocí dvojného integrálu vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami (příklady na geometrické aplikace určitého integrálu funkce 1 prom.):

- | | | |
|-----|--|--------------------------|
| 1. | $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 3$ | $\ln 3 (j^2)$ |
| 2. | $y = 1 - (x + 2)^2, y = 1, \text{ osou } y$ | $\frac{8}{3}$ |
| 3. | $y = \ln x, \text{ osou } x, x = e$ | 1 |
| 4. | $y = x^2 + 4x, y = x + 4$ | $\frac{125}{6}$ |
| 5. | $y = x^2 - 2x, y = x - 2$ | $\frac{1}{6}$ |
| 6. | $y = \sqrt{x+1}, x + y + 1 = 0, x = 3$ | $\frac{40}{3}$ |
| 7. | $y = \frac{1}{x+1} - 1, \text{ osou } x, x = 2$ | $2 - \ln 3$ |
| 8. | $y = 2x - x^2, x + y = 0$ | $\frac{9}{2}$ |
| 9. | $xy = 6, x + y = 7$ | $\frac{35}{2} - 6 \ln 6$ |
| 10. | $y = e^x, y = e^{-x}, x = \ln 2$ | $\frac{1}{2}$ |
| 11. | $y = 2x^3, y^2 = 4x$ | $\frac{5}{6}$ |
| 12. | $y = \frac{2}{x-2}, x + y = 5$ | $\frac{3}{2} - 2 \ln 2$ |
| 13. | $x^2 - 4x - y + 5 = 0, 2x - y - 3 = 0$ | $\frac{4}{3}$ |
| 14. | $y^2 = x + 1, x + y - 1 = 0$ | $\frac{9}{2}$ |
| 15. | $y = \ln x, y = 0, \text{ pro } 2 \leq x \leq e$ | $2 - 2 \ln 2$ |

$$16. \quad y = \frac{\pi}{4}, \quad y = \arctg x, \quad \text{osa } y \qquad \frac{1}{2} \ln 2$$

II. Vypočtete objem tělesa ohraničeného plochami

$$1. \quad x=0, \quad y=0, \quad z=0, \quad x=-4, \quad y=-4, \quad z=x^2+y^2+1 \qquad \frac{560}{3} (j^3)$$

$$2. \quad x=0, \quad y=0, \quad x+y=3, \quad x+y+z=4, \quad z=0 \qquad 9$$

$$3. \quad y = \frac{2}{x}, \quad x+y-3=0, \quad z = \frac{1}{2}y^2, \quad z=0 \qquad \frac{1}{8}$$

$$4. \quad z = x^2 + y^2, \quad y = x^2, \quad y = 1, \quad z = 0 \qquad \frac{88}{105}$$

$$5. \quad x=0, \quad y=2x, \quad y=6-x, \quad z=0, \quad z=x^2+y^2 \qquad 80$$

$$6. \quad y=0, \quad z=0, \quad 3x+y=6, \quad 3x+2y=12, \quad x+y+z=6 \qquad 12$$

$$7. \quad x=2, \quad y=x, \quad xy=1, \quad z=0, \quad z=x^2+y^2 \qquad \frac{27}{8}$$

$$8. \quad z=0, \quad y=0, \quad y=\sqrt{x}, \quad x+y=2, \quad z=xy \qquad \frac{3}{8}$$

$$9. \quad 6x-9y+5z=0, \quad 3x-2y=0, \quad 4x-y=0, \quad x+y=5, \quad z=0 \qquad \frac{30}{4}$$

$$10. \quad 2y^2 = x, \quad x+2y+z=4, \quad z=0 \qquad \frac{81}{5}$$

$$11. \quad x=2, \quad y=0, \quad y=1, \quad z^2=6x \qquad \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

(Pozn.: rovina $z=0$ dělí těleso na 2 stejné části)

$$12. \quad z = x^2 + y^2, \quad z = x^2 + 2y^2, \quad y = x, \quad y = 2x, \quad x = 1 \qquad \frac{7}{12}$$

$$13. \quad x^2 + y^2 = R^2, \quad x^2 + z^2 = R^2 \qquad \frac{16}{3} R^3$$

(Pozn.: 1.válcová plocha má osu v ose z , 2. v ose y . Je vhodné počítat polovinu

V pro $z \geq 0 \dots z = \sqrt{R^2 - x^2}$, protože těleso je symetrické. Počítejte v kartézských souřadnicích.)