

● MENDELU  
● Agronomická  
● fakulta  
●

● Mendelova  
● univerzita  
● v Brně  
●

● MENDELU  
● Lesnická  
● a dřevařská  
● fakulta

MATM – MATEMATIKA

NEURČITÝ INTEGRÁL - ŘEŠENÍ ÚLOH

Úlohy na vzorec V2.

1.  $\int x^3 dx$

**Řešení.**  $\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \underline{\underline{\frac{x^4}{4} + c}}$

2.  $\int \sqrt{x} dx$

**Řešení.**  $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \underline{\underline{\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c}}$

3.  $\int \frac{1}{x^5} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{x^5} dx = \int x^{-5} dx = \frac{x^{-5+1}}{-5+1} + c = \frac{x^{-4}}{-4} + c = \underline{\underline{\frac{1}{-4x^4} + c}}$

4.  $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} dx = \int x^{-\frac{3}{4}} dx = \frac{x^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} + c = \underline{\underline{4\sqrt[4]{x} + c}}$

5.  $\int x dx$

**Řešení.**  $\int x dx = \int x^1 dx = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} + c}}$

6.  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \underline{\underline{2\sqrt{x} + c}}$

Úlohy na vzorec V7.

1.  $\int 6^x dx$

**Řešení.**  $\int 6^x dx = \underline{\underline{\frac{6^x}{\ln 6} + c}}$

2.  $\int \left(\frac{1}{3}\right)^x dx$

**Řešení.**  $\int \left(\frac{1}{3}\right)^x dx = \underline{\underline{\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x}{\ln \frac{1}{3}} + c}}$

3.  $\int 12^x dx$

**Řešení.**  $\int 12^x dx = \underline{\underline{\frac{12^x}{\ln 12} + c}}$

Úlohy na vzorec V8. (čitatel je derivace jmenovatele)

1.  $\int \frac{2x}{x^2-1} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{2x}{x^2-1} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{\ln|x^2-1| + c}}$

2.  $\int \frac{x}{x^2+5} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{x}{x^2+5} dx$  derivace jmenovatele je  $2x$ , což potřebujeme mít v čitateli  $\int \frac{2 \cdot x}{2 \cdot (x^2+5)} dx \stackrel{P2}{=} \frac{1}{2} \cdot \int \frac{2 \cdot x}{x^2+5} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{\frac{1}{2} \ln|x^2+5| + c}}$

3.  $\int \frac{2x^2}{x^3+2} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{2x^2}{x^3+2} dx$  derivace jmenovatele je  $3x^2$ , což potřebujeme mít v čitateli. nejdříve P2 - konstanta 2 z čitatele před integrál  $2 \cdot \int \frac{x^2}{x^3+2} dx = 2 \cdot \int \frac{3 \cdot x^2}{3 \cdot (x^3+2)} dx \stackrel{P2}{=} \frac{2}{3} \cdot \int \frac{3 \cdot x^2}{x^3+2} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{\frac{2}{3} \ln|x^3+2| + c}}$

4.  $\int \frac{x^4}{1-x^5} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{x^4}{1-x^5} dx$  derivace jmenovatele je  $-5x^4$ , což potřebujeme mít v čitateli  $\int \frac{-5 \cdot x^4}{-5 \cdot (1-x^5)} dx \stackrel{P2}{=} \frac{1}{-5} \cdot \int \frac{-5 \cdot x^4}{1-x^5} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{-\frac{1}{5} \ln|1-x^5| + c}}$

5.  $\int \frac{e^x}{e^x-1} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{e^x}{e^x-1} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{\ln|e^x-1| + c}}$

6.  $\int \frac{\sin x}{4-\cos x} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{\sin x}{4-\cos x} dx$  derivace jmenovatele je  $(4-\cos x)' = (4)' - (\cos x)' = (0) - (-\sin x) = \sin x$ , což potřebujeme mít v čitateli. v čitateli již  $\sin x$  máme, tedy použijeme přímo V8  $= \underline{\underline{\ln|4-\cos x| + c}}$

7.  $\int \frac{1}{3x-7} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{3x-7} dx$  derivace jmenovatele je 3, což potřebujeme mít v čitateli  $\int \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot (3x-7)} dx \stackrel{P2}{=} \frac{1}{3} \cdot \int \frac{3}{3x-7} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{\frac{1}{3} \ln|3x-7| + c}}$

8.  $\int \operatorname{tg} x dx$

**Řešení.**  $\int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$  derivace jmenovatele je  $-\sin x$ , což potřebujeme mít v čitateli  $\int \frac{-1 \cdot \sin x}{-1 \cdot \cos x} dx \stackrel{P2}{=} \frac{1}{-1} \cdot \int \frac{-\sin x}{\cos x} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{-\ln|\cos x| + c}}$

9.  $\int \operatorname{cotg} x dx$

**Řešení.**  $\int \operatorname{cotg} x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$  derivace jmenovatele je  $\cos x$ , což potřebujeme mít v čitateli. v čitateli již  $\cos x$  máme, tedy použijeme přímo V8  $= \underline{\underline{\ln|\sin x| + c}}$

*Úlohy na vzorec V9.* V9 je vždy nakombinovaný s dalším vzorcem!!!

1.  $\int e^{2x+6} dx$

**Řešení.**  $\int e^{2x+6} dx \stackrel{V9+V6}{=} \underline{\underline{\frac{1}{2}e^{2x+6} + c}}$

2.  $\int e^{3x} dx$

**Řešení.**  $\int e^{3x} dx \stackrel{V9+V6}{=} \underline{\underline{\frac{1}{3}e^{3x} + c}}$

3.  $\int e^{-x} dx$

**Řešení.**  $\int e^{-x} dx = \int e^{-1x+0} dx \stackrel{V9+V6}{=} \underline{\underline{\frac{1}{-1}e^{-x} + c}}$

4.  $\int \sin(6x - 8) dx$

**Řešení.**  $\int \sin(6x - 8) dx \stackrel{V9+V4}{=} \underline{\underline{\frac{1}{6}(-\cos(6x - 8)) + c}}$

5.  $\int \cos 2x dx$

**Řešení.**  $\int \cos 2x dx \stackrel{V9+V5}{=} \underline{\underline{\frac{1}{2}\sin 2x + c}}$

6.  $\int \sqrt{5x - 1} dx$

**Řešení.**  $\int \sqrt{5x - 1} dx = \int (5x - 1)^{\frac{1}{2}} dx \stackrel{V9+V2}{=} \frac{1}{5} \frac{(5x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{5} \frac{2}{3} \sqrt{(5x - 1)^3} + c}}$

7.  $\int \frac{1}{(6x+5)^8} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{(6x+5)^8} dx = \int (6x + 5)^{-8} dx \stackrel{V9+V2}{=} \underline{\underline{\frac{1}{6} \frac{(6x+5)^{-7}}{-7} + c}}$

8.  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx = \int \frac{1}{(2x+1)^{\frac{1}{3}}} dx = \int (2x + 1)^{-\frac{1}{3}} dx \stackrel{V9+V2}{=} \frac{1}{2} \frac{(2x+1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = \underline{\underline{\frac{1}{2} \frac{3}{2} \sqrt[3]{(2x + 1)^2} + c}}$

9.  $\int (7x - 3)^4 dx$

**Řešení.**  $\int (7x - 3)^4 dx \stackrel{V9+V2}{=} \underline{\underline{\frac{1}{7} \frac{(7x-3)^5}{5} + c}}$

10.  $\int \frac{1}{\cos^2 4x} dx$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{\cos^2 4x} dx \stackrel{V9+V11}{=} \underline{\underline{\frac{1}{4} \operatorname{tg} 4x + c}}$

$$11. \int \frac{1}{\sin^2(3x-12)} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{\sin^2(3x-12)} dx \stackrel{V9+V10}{=} \underline{\underline{\frac{1}{3}(-\cotg(3x-12)) + c}}$$

*Úlohy na vzorce V12 - V15.*

$$1. \int \frac{1}{x^2+4} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{x^2+4} dx \stackrel{V12}{=} \underline{\underline{\frac{1}{2}\arctg \frac{x}{2} + c}}$$

$$2. \int \frac{1}{9-x^2} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{9-x^2} dx \stackrel{V13}{=} \underline{\underline{\frac{1}{2 \cdot 3} \ln \left| \frac{3+x}{3-x} \right| + c}}$$

$$3. \int \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} dx \stackrel{V14}{=} \underline{\underline{\arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + c}}$$

$$4. \int \frac{1}{\sqrt{x^2+25}} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{\sqrt{x^2+25}} dx \stackrel{V15}{=} \underline{\underline{\ln \left| x + \sqrt{x^2+25} \right| + c}}$$

Úlohy na pravidlo P1.

1.  $\int x^9 + 9^x - 1 \, dx$

**Řešení.**  $\int x^9 + 9^x - 1 \, dx \stackrel{P1}{=} \int x^9 \, dx + \int 9^x \, dx - \int 1 \, dx \stackrel{V2+V7+V1}{=} \underline{\underline{\frac{x^{10}}{10} + \frac{9^x}{\ln 9} - x + c}}$

2.  $\int \sin x - \cos x \, dx$

**Řešení.**  $\int \sin x - \cos x \, dx \stackrel{P1}{=} \int \sin x \, dx - \int \cos x \, dx \stackrel{V4+V5}{=} \underline{\underline{-\cos x - \sin x + c}}$

Úlohy na pravidlo P2.

1.  $\int 5x^3 \, dx$

**Řešení.**  $\int 5x^3 \, dx \stackrel{P2}{=} 5 \cdot \int x^3 \, dx \stackrel{V2}{=} \underline{\underline{5 \cdot \frac{x^4}{4} + c}}$

2.  $\int 2 \cos x \, dx$

**Řešení.**  $\int 2 \cos x \, dx \stackrel{P2}{=} 2 \cdot \int \cos x \, dx \stackrel{V5}{=} \underline{\underline{2 \cdot \sin x + c}}$

Úlohy na pravidla P1 - P2.

1.  $\int 5 \sin x - \frac{13}{16+x^2} \, dx$

**Řešení.**  $\int 5 \sin x - \frac{13}{16+x^2} \, dx \stackrel{P1}{=} \int 5 \sin x \, dx - \int \frac{13}{16+x^2} \, dx \stackrel{P2+P2}{=} 5 \cdot \int \sin x \, dx - 13 \cdot \int \frac{1}{16+x^2} \, dx \stackrel{V4+V12}{=} \underline{\underline{5 \cdot (-\cos x) - 13 \cdot \frac{1}{4} \arctg \frac{x}{4} + c}}$

2.  $\int \frac{5}{\sin^2 x} + \frac{4}{x} \, dx$

**Řešení.**  $\int \frac{5}{\sin^2 x} + \frac{4}{x} \, dx \stackrel{P1}{=} \int \frac{5}{\sin^2 x} \, dx + \int \frac{4}{x} \, dx \stackrel{P2+P2}{=} 5 \cdot \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx + 4 \cdot \int \frac{1}{x} \, dx \stackrel{V10+V3}{=} \underline{\underline{5 \cdot (-\cotg x) + 4 \cdot \ln |x| + c}}$

3.  $\int 3x^3 - \frac{2}{\sqrt[5]{8x-3}} \, dx$

**Řešení.**  $\int 3x^3 - \frac{2}{\sqrt[5]{8x-3}} \, dx \stackrel{P1}{=} \int 3x^3 \, dx - \int \frac{2}{\sqrt[5]{8x-3}} \, dx \stackrel{P2+P2}{=} 3 \cdot \int x^3 \, dx - 2 \cdot \int \frac{1}{\sqrt[5]{8x-3}} \, dx = 3 \cdot \int x^3 \, dx - 2 \cdot \int (8x-3)^{-\frac{1}{5}} \, dx \stackrel{V2+(V9+V2)}{=} \underline{\underline{3 \cdot \frac{x^4}{4} - 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{(8x-3)^{\frac{4}{5}}}{\frac{4}{5}} + c}}$

Úlohy 1.

1.  $\int (9x^2 - 8x + 7) dx$

Řešení.  $\int (9x^2 - 8x + 7) dx = \int 9x^2 dx - \int 8x dx + \int 7 dx = \underline{\underline{9\frac{x^3}{3} - 8\frac{x^2}{2} + 7x + c}}$

2.  $\int (3\sqrt[4]{x^3} + 2 \sin x) dx$

Řešení.  $\int (3\sqrt[4]{x^3} + 2 \sin x) dx = \int 3\sqrt[4]{x^3} dx + \int 2 \sin x dx = 3 \int x^{\frac{3}{4}} dx + 2 \int \sin x dx = \underline{\underline{3\frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + 2(-\cos x) + c}}$

3.  $\int (2 - x)x^3 dx$

Řešení.  $\int (2 - x)x^3 dx = \int 2x^3 - x^4 dx = \int 2x^3 dx - \int x^4 dx = \underline{\underline{2\frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} + c}}$

4.  $\int \sqrt{x} \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

Řešení.  $\int \sqrt{x} \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \frac{2\sqrt{x}}{x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x^1} - 1 dx = \int 2x^{-\frac{1}{2}} dx - \int 1 dx = \underline{\underline{2\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - x + c}}$

5.  $\int \frac{x^2 - 4x + 5}{\sqrt{x}} dx$

Řešení.  $\int \frac{x^2 - 4x + 5}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x}} - \frac{4x}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{4x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{5}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}} + 5x^{-\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx - \int 4x^{\frac{1}{2}} dx + \int 5x^{-\frac{1}{2}} dx = \underline{\underline{\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 4\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + 5\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c}}$

6.  $\int \frac{(x+3)^2}{x} dx$

Řešení.  $\int \frac{(x+3)^2}{x} dx = \int \frac{x^2 + 6x + 9}{x} dx = \int \frac{x^2}{x} + \frac{6x}{x} + \frac{9}{x} dx = \int x + 6 + \frac{9}{x} dx = \int x dx + \int 6 dx + \int \frac{9}{x} dx = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} + 6x + 9 \ln|x| + c}}$

7.  $\int \frac{x}{5-3x^2} dx$

Řešení.  $\int \frac{x}{5-3x^2} dx = \int \frac{-6x}{-6(5-3x^2)} dx = \frac{1}{-6} \int \frac{-6x}{5-3x^2} dx = \underline{\underline{\frac{1}{-6} \ln|5-3x^2| + c}}$

8.  $\int \frac{3x + \sqrt[3]{x}}{x^2} dx$

Řešení.  $\int \frac{3x + \sqrt[3]{x}}{x^2} dx = \int \frac{3x}{x^2} + \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2} dx = \int \frac{3}{x} + \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^2} dx = \int \frac{3}{x} + x^{-\frac{5}{3}} dx = \int \frac{3}{x} dx + \int x^{-\frac{5}{3}} dx = \underline{\underline{3 \ln|x| + \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{-\frac{2}{3}} + c}}$

9.  $\int \frac{x}{x^2-3} dx$

Řešení.  $\int \frac{x}{x^2-3} dx = \int \frac{2x}{2(x^2-3)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2-3} dx = \underline{\underline{\frac{1}{2} \ln|x^2-3| + c}}$

10.  $\int \frac{x}{x+2} dx$

Řešení.  $\int \frac{x}{x+2} dx$  neryze lomená funkce (čitatel a jmenovatel mají stejný stupeň) - nejdříve vydělíme čitatel jmenovatelem  $\int 1 - \frac{2}{x+2} dx = \int 1 dx - \int \frac{2}{x+2} dx = x - 2 \int \frac{1}{x+2} dx \stackrel{V8}{=} \underline{\underline{x - 2 \ln|x+2| + c}}$

$$11. \int \frac{x^2}{x+3} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{x^2}{x+3} dx$  neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem  $\int x - 3 + \frac{9}{x+3} dx = \int x dx - \int 3 dx + \int \frac{9}{x+3} dx =$   
 $= \frac{x^2}{2} - 3 \int 1 dx + 9 \int \frac{1}{x+3} dx = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} - 3x + 9 \ln|x+3| + c}}$

$$12. \int \frac{x^3-2}{x^2} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{x^3-2}{x^2} dx$  neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem  $\int x - \frac{2}{x^2} dx = \int x dx - \int \frac{2}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} - 2 \int x^{-2} dx =$   
 $= \frac{x^2}{2} - 2 \frac{x^{-1}}{-1} + c = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} + \frac{2}{x} + c}}$

$$13. \int \frac{x^2+4x+5}{x-1} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{x^2+4x+5}{x-1} dx$  neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem  $\int x + 5 + \frac{10}{x-1} dx = \int x dx + \int 5 dx + \int \frac{10}{x-1} dx =$   
 $= \frac{x^2}{2} + 5 \int 1 dx + 10 \int \frac{1}{x-1} dx = \underline{\underline{\frac{x^2}{2} + 5x + 10 \ln|x-1| + c}}$

$$14. \int \frac{3x^3+x}{x+1} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{3x^3+x}{x+1} dx$  neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem  $\int 3x^2 - 3x + 4 - \frac{4}{x+1} dx =$   
 $= \int 3x^2 dx - \int 3x dx + \int 4 dx - \int \frac{4}{x+1} dx = 3 \int x^2 dx - 3 \int x dx + 4 \int 1 dx - 4 \int \frac{1}{x+1} dx = \underline{\underline{3 \frac{x^3}{3} - 3 \frac{x^2}{2} + 4x - 4 \ln|x+1| + c}}$

$$15. \int \frac{6x^2}{x^3-1} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{6x^2}{x^3-1} dx = 6 \int \frac{x^2}{x^3-1} dx = 6 \int \frac{3 \cdot x^2}{3 \cdot (x^3-1)} dx = \frac{6}{3} \int \frac{3x^2}{x^3-1} dx = \underline{\underline{2 \ln|x^3-1| + c}}$

$$16. \int \frac{4x^2+2x+1}{x-4} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{4x^2+2x+1}{x-4} dx$  neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem  $\int 4x + 18 + \frac{73}{x-4} dx = \int 4x dx + \int 18 dx + \int \frac{73}{x-4} dx =$   
 $= 4 \int x dx + 18 \int 1 dx + 73 \int \frac{1}{x-4} dx = \underline{\underline{4 \frac{x^2}{2} + 18x + 73 \ln|x-4| + c}}$

$$17. \int (\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x) dx$$

**Řešení.**  $\int (\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x) dx = \int \operatorname{tg} x dx + \int \operatorname{cotg} x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{-1 \cdot \sin x}{-1 \cdot \cos x} dx + \ln|\sin x| = - \int \frac{-\sin x}{\cos x} dx + \ln|\sin x| = \underline{\underline{-\ln|\cos x| + \ln|\sin x| + c}}$

$$18. \int \frac{1}{\cos^2(4x+9)} dx$$

**Řešení.**  $\int \frac{1}{\cos^2(4x+9)} dx = \underline{\underline{\frac{1}{4} \operatorname{tg}(4x+9) + c}}$

$$19. \int \left( \frac{x}{x^2+5} - \frac{x^2+5}{x} \right) dx$$

**Řešení.**  $\int \left( \frac{x}{x^2+5} - \frac{x^2+5}{x} \right) dx = \int \frac{x}{x^2+5} dx - \int \frac{x^2+5}{x} dx$  druhý integrál je neryze lomená funkce (čitatel má větší stupeň než jmenovatel) - nejdříve vydělíme čítelel jmenovatelem



$$= \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2+5} dx - \int x + \frac{5}{x} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2+5| - \int x dx - \int \frac{5}{x} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2+5| - \frac{x^2}{2} - 5 \ln|x| + c$$

$$20. \int \frac{3}{x^2+8x} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{3}{x^2+8x} dx \text{ jmenovatel musíme } \stackrel{\text{doplnit na čtverec}}{=} \int \frac{3}{(x+4)^2-16} dx = 3 \int \frac{1}{(x+4)^2-16} dx = -3 \int \frac{1}{16-(x+4)^2} dx \stackrel{V9+V13}{=} \underline{\underline{-3 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2 \cdot 4} \ln \left| \frac{4+(x+4)}{4-(x+4)} \right| + c}}$$

$$21. \int \frac{1}{\sqrt{2+3x}} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{1}{\sqrt{2+3x}} dx = \int (3x+2)^{-\frac{1}{2}} dx \stackrel{V9+V2}{=} \underline{\underline{\frac{1}{3} \frac{(3x+2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c}}$$

$$22. \int \cot g^2 x dx$$

$$\text{Řešení. } \int \cot g^2 x dx = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} dx = \int \frac{1-\sin^2 x}{\sin^2 x} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} - 1 dx = \underline{\underline{-\cot g x - x + c}}$$

$$23. \int \frac{8}{\sqrt{x^2-4x+6}} dx$$

$$\text{Řešení. } \int \frac{8}{\sqrt{x^2-4x+6}} dx \text{ jmenovatel musíme } \stackrel{\text{doplnit na čtverec}}{=} \int \frac{8}{\sqrt{(x-2)^2-4+6}} dx = 8 \int \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2+2}} dx \stackrel{V9+V15}{=} \underline{\underline{8 \cdot \frac{1}{1} \cdot \ln |(x-2) + \sqrt{(x-2)^2+2}| + c}}$$

$$24. \int (2^{5x} - 2 \cos 6x) dx$$

$$\text{Řešení. } \int (2^{5x} - 2 \cos 6x) dx = \int 2^{5x} dx - \int 2 \cos 6x dx \stackrel{V9+V7}{=} \frac{1}{5} \cdot \frac{2^{5x}}{\ln 2} - 2 \int \cos 6x dx \stackrel{V9+V5}{=} \underline{\underline{\frac{1}{5} \cdot \frac{2^{5x}}{\ln 2} - 2 \cdot \frac{1}{6} \sin 6x + c}}$$