Konstruktivní geometrie a technické kreslení

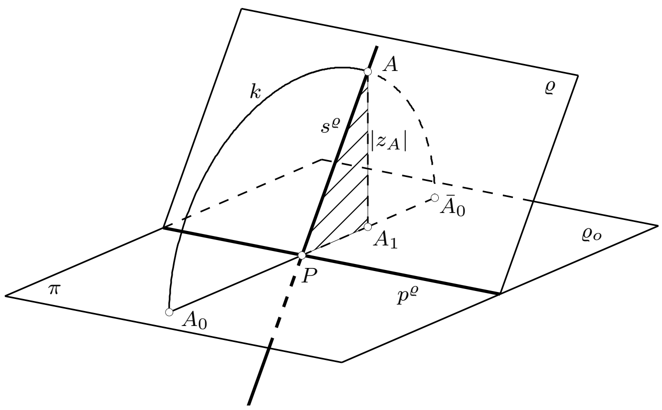
kombinovaná forma, 3. blok výuky

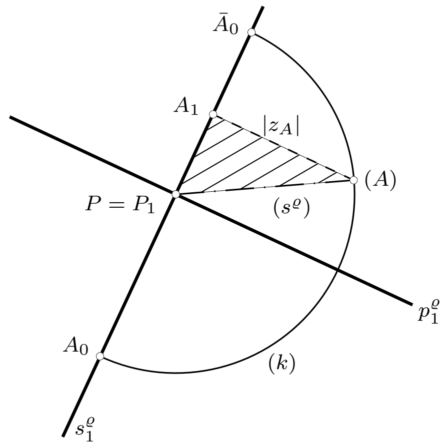
- Mongeovo promítání
  - otočení
  - zobrazení kružnice
  - řezy hranatých těles
- Axonometrie – polohové úlohy

Konstrukce v rovině, otáčení roviny

Otočení roviny ϱ kolem její stopy do průmětny:

- Každý bod A roviny ϱ, který neleží na její stopě, se otáčí po kružnici k, tzv. **kružnici otáčení** bodu A.
- Střed kružnice otáčení k je stopník P spádové přímky s^ϱ procházející bodem A. Nazývá se **střed otáčení** bodu A.
- Poloměr kružnice k je **poloměr otáčení** bodu A.
- Průsečíky kružnice k s průmětnou jsou **otočené body** A_0 resp. $\bar{A}_0$



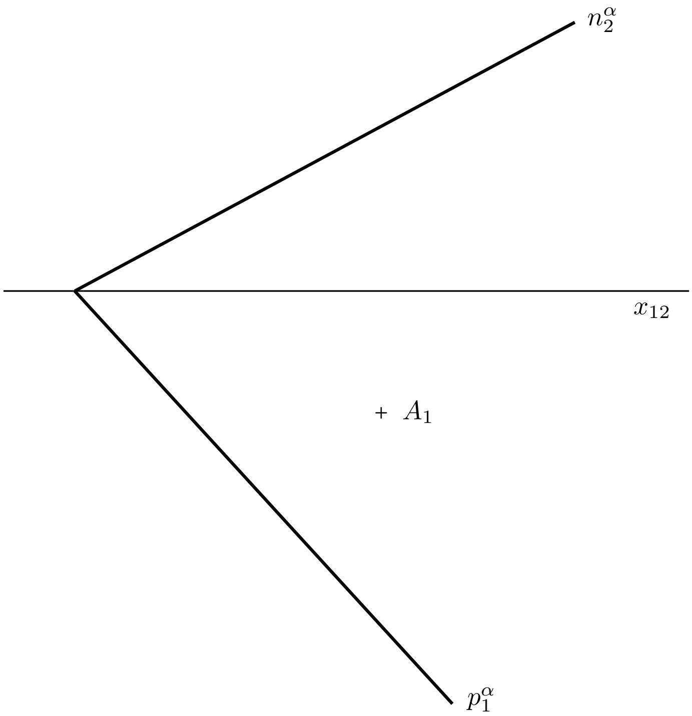


Mezi průmětem roviny a jejím otočeným obrazem je vztah **afinity**:

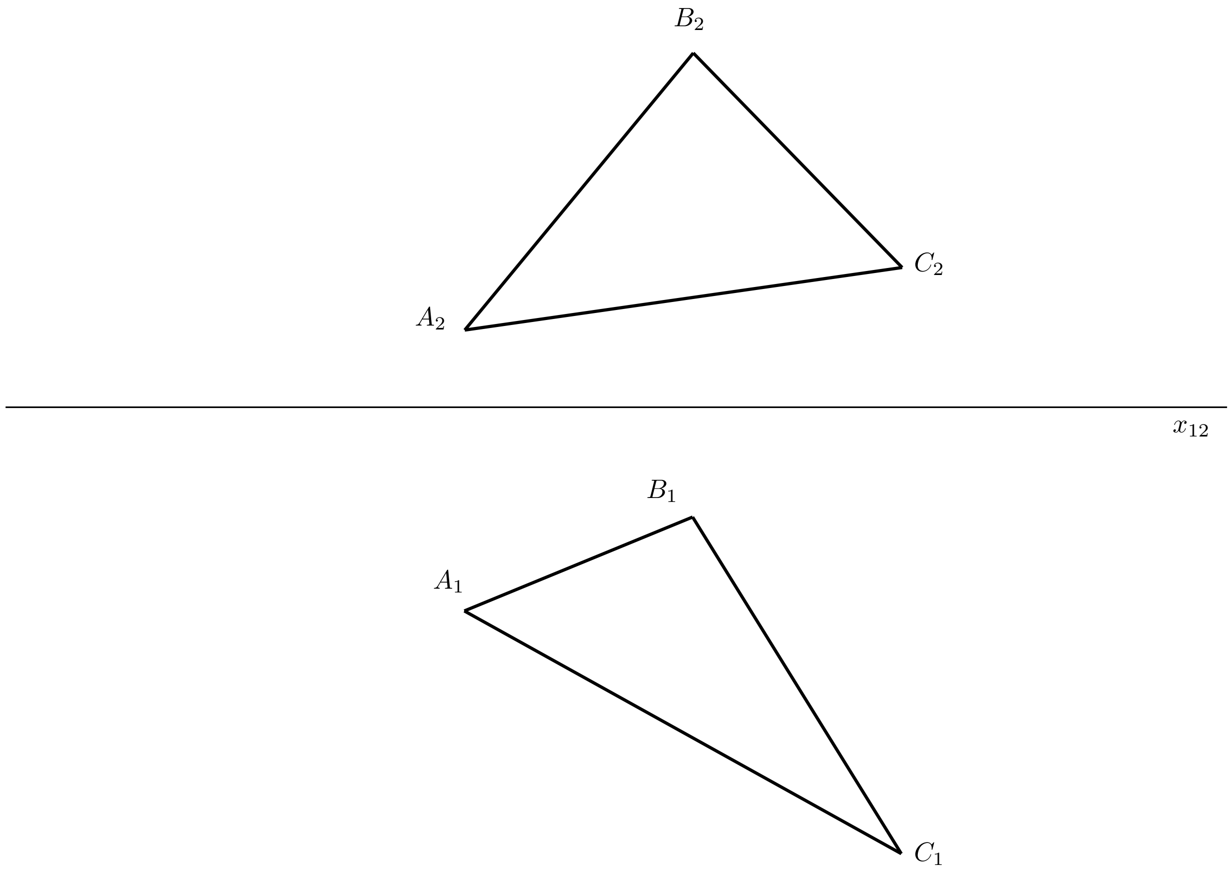
- **osou** této afinity je stopa roviny ϱ,
- **směr** afinity je kolmý ke stopě roviny ϱ.

Rovinu otočíme kolem stopy do průmětny tak, že určíme poloměr otočení jednoho vhodného bodu roviny. Ostatní body a přímky otáčíme užitím osové afinity.

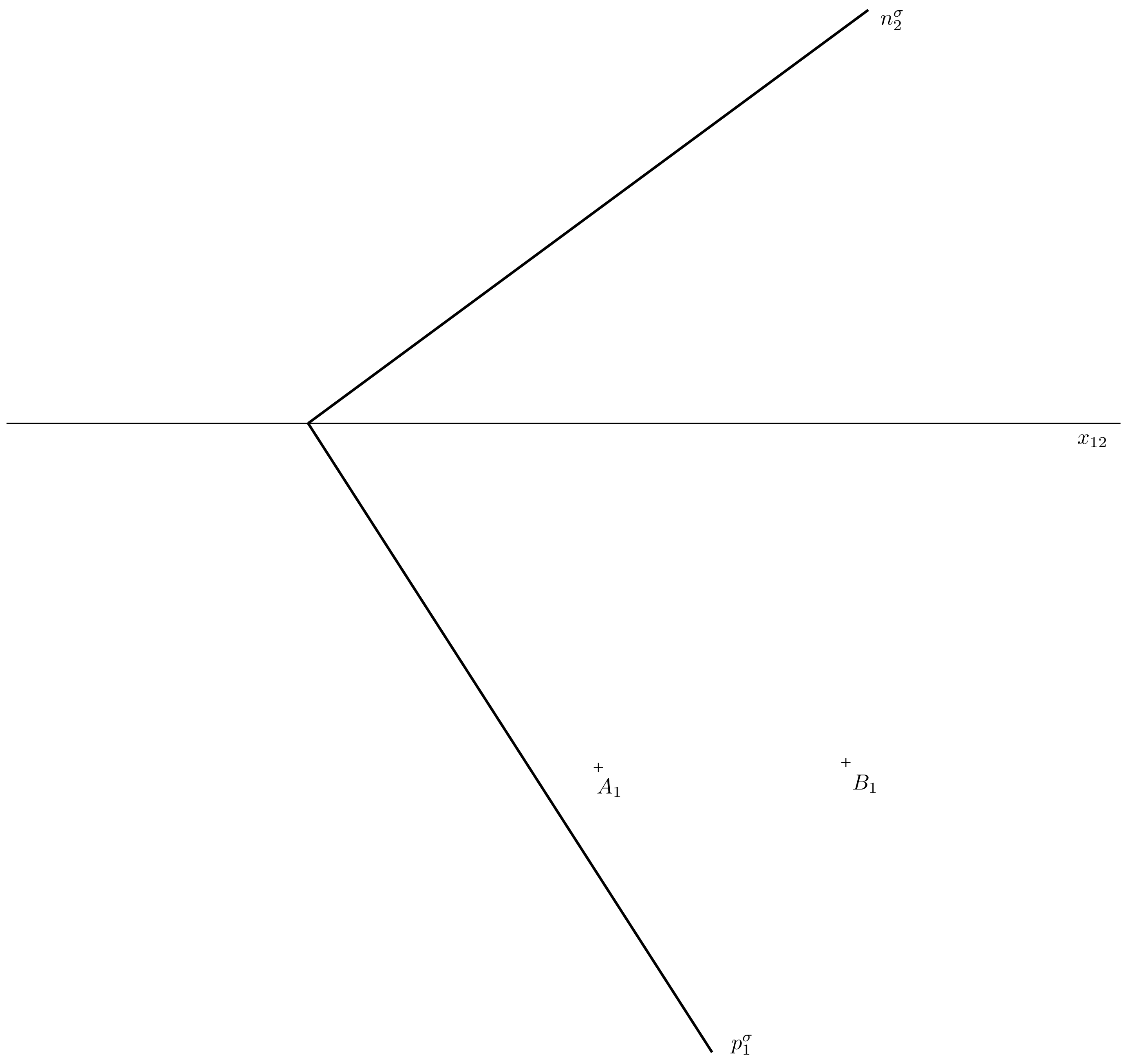
Př: Otočte rovinu α kolem její stopy do půdorysny.



Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



Př.: V rovině σ dané stopami sestrojte čtverec na stranou AB.



Zobrazení kružnice

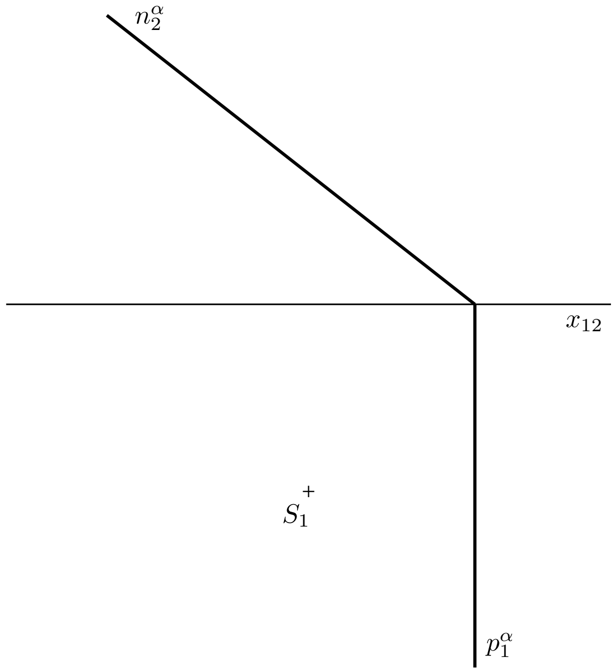
Pravoúhlým průmětem kružnice o poloměru r ležící v rovině, která není rovnoběžná s průmětnou ani není k průmětně kolmá, je **elipsa**.

Střed elipsy je průmětem středu kružnice.

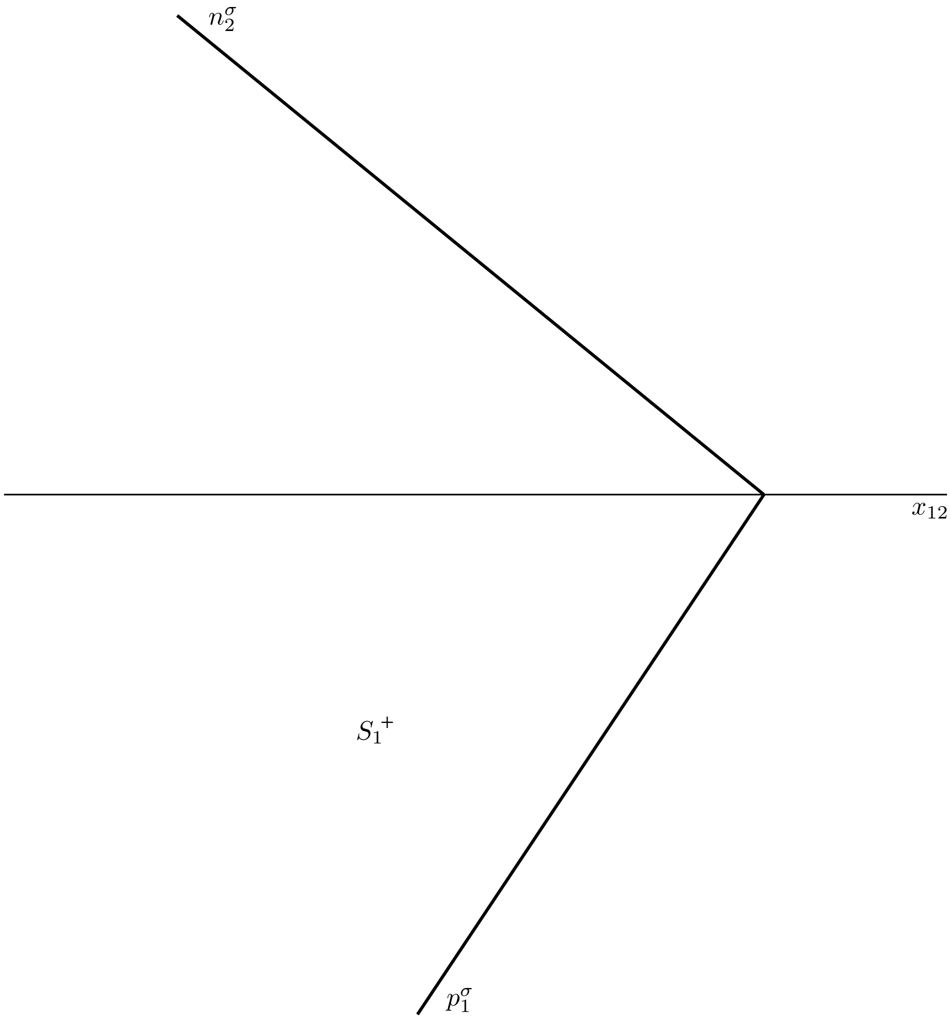
Hlavní osou elipsy je průmět hlavní přímky roviny, která prochází středem kružnice, délka hlavní poloosy je $a = r$.

Vedlejší osou je průmět spádové přímky roviny, která prochází středem kružnice.

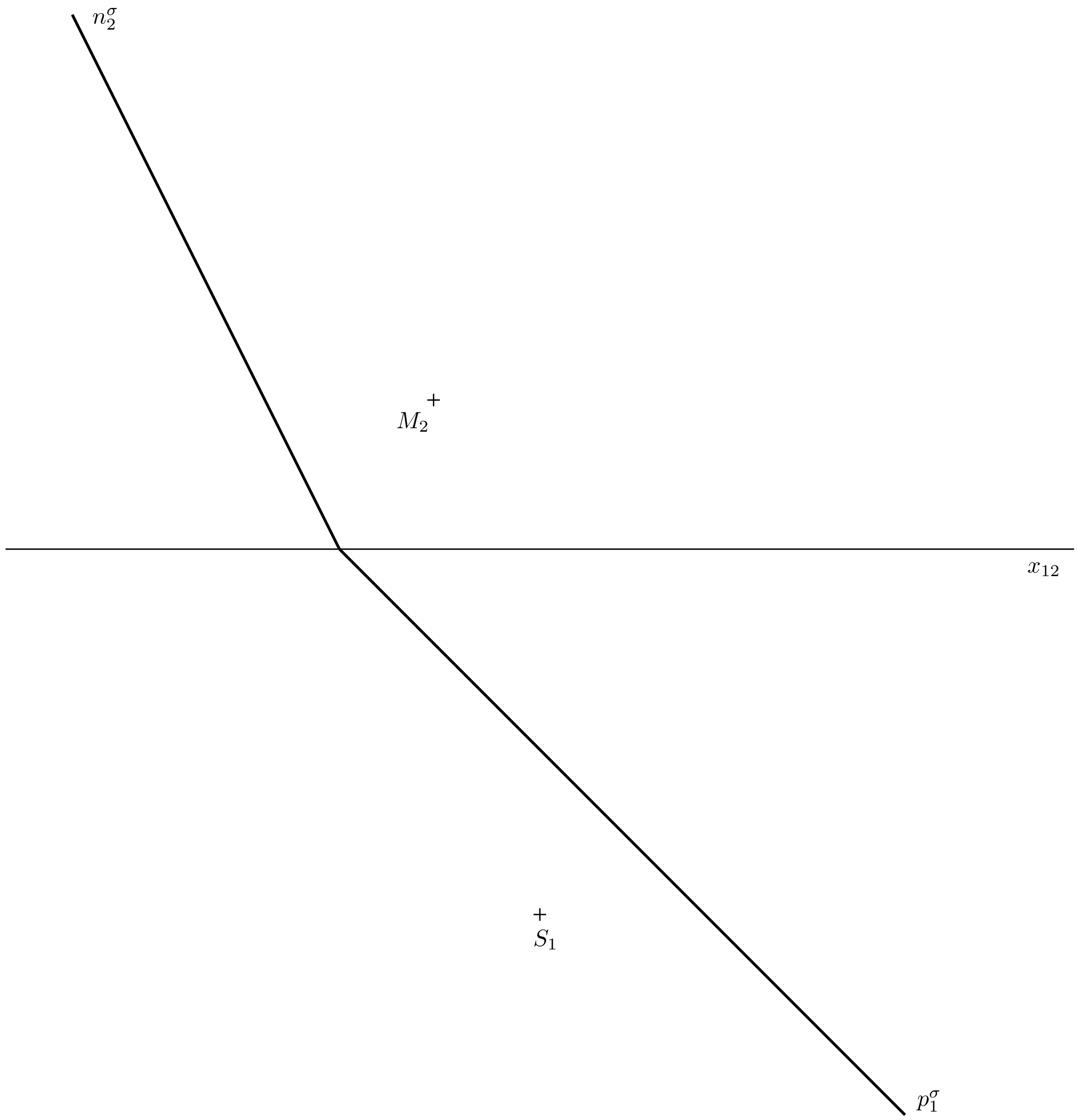
Př.: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



Př.: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.

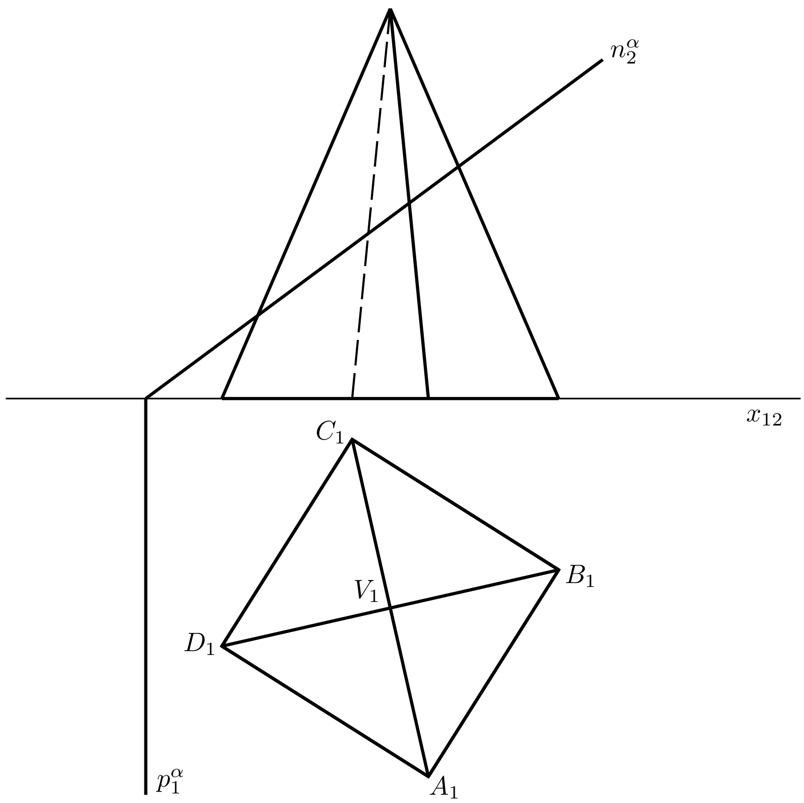


Př.: V rovině σ zobrazte kružnici o středu S, která prochází bodem M.

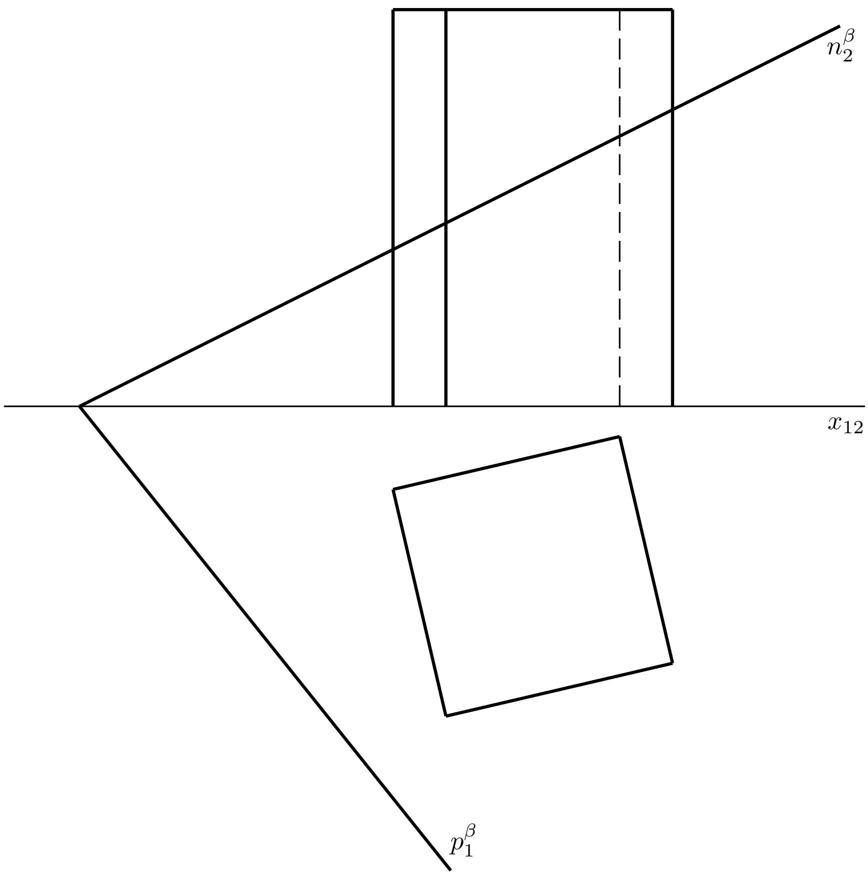


Řezy těles – speciální poloha

Př.: Sestrojte řez čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou α.



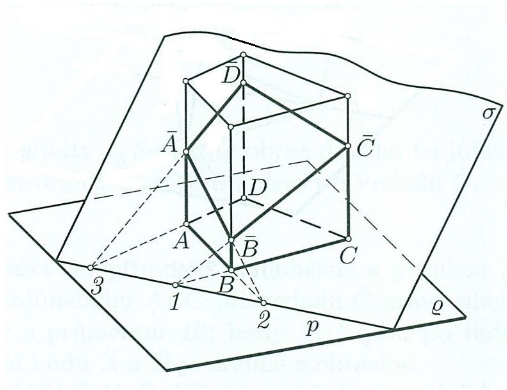
Př.: Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého hranolu rovinou β.



Řez hranolu – obecný případ

Mezi podstavou a řezem hranolu je vztah **afinity**:

- **Osou** afinity je průsečnice roviny podstavy ϱ a roviny řezu σ.
- **Směr** afinity je určen bočními hranami.



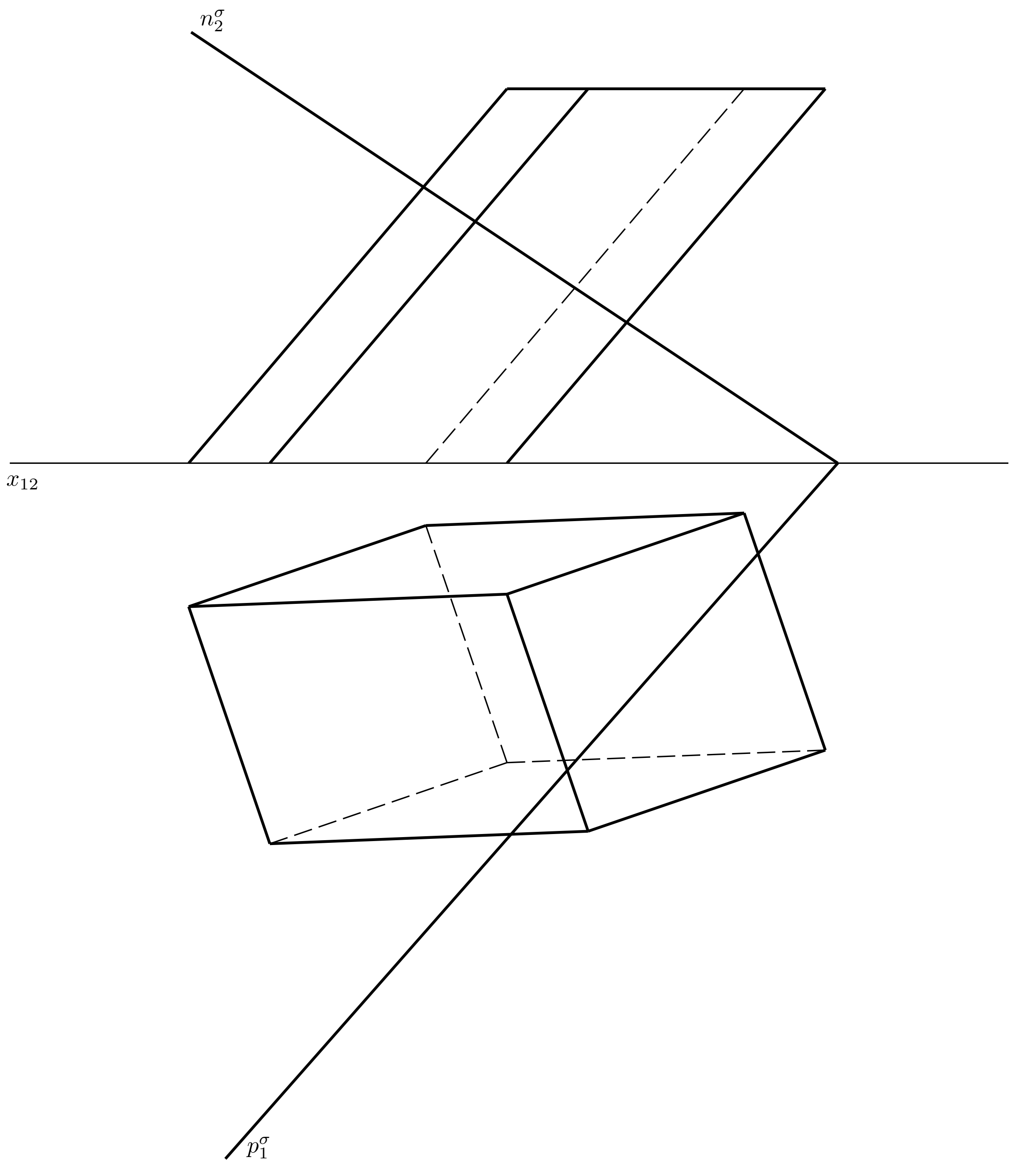
V této afinitě se zobrazují body:

$$A \longrightarrow \bar{A},\, B \longrightarrow \bar{B},\, C \longrightarrow \bar{C},\, D \longrightarrow \bar{D}.$$

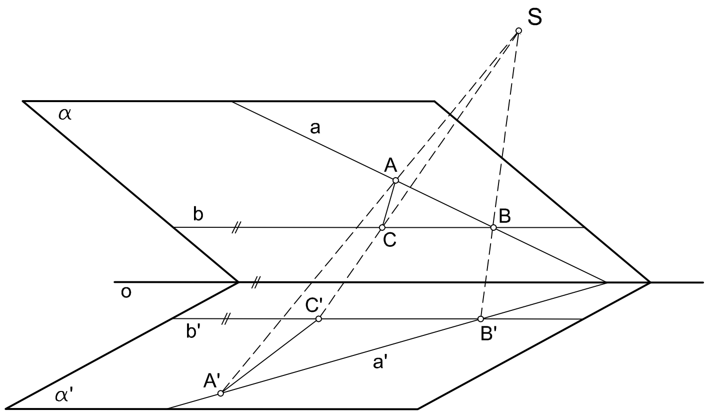
Tedy čtyřúhelníku podstavy $ABCD$ odpovídá čtyřúhelník řezu $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$.

Promítnutím do průmětny tato afinita v prostoru přejde do afinity v rovině.

Př.: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou σ danou stopami.



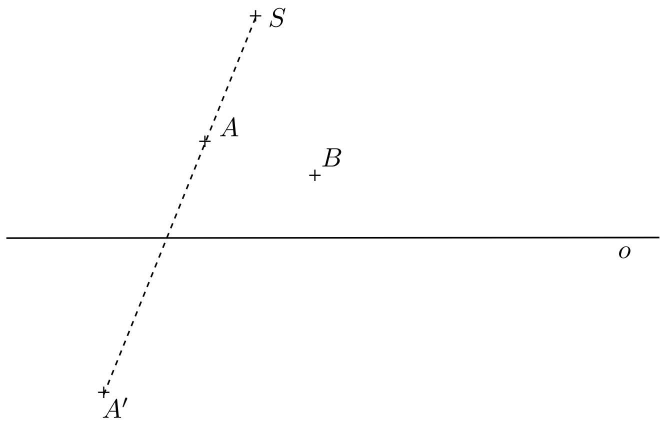
Středová kolineace



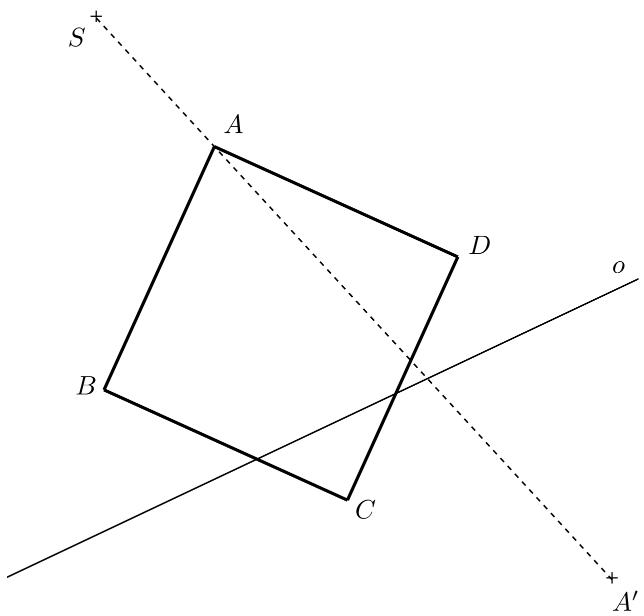
Vlastnosti středové kolineace:

1. Bodu odpovídá bod a přímce přímka.
2. Body, které si odpovídají ve středové kolineaci, leží na přímce procházející středem kolineace.
3. Přímky, které si odpovídají ve středové kolineaci, se protínají na ose kolineace nebo jsou s ní rovnoběžné.
4. Body osy kolineace jsou samodružné.
5. Kolineace zachovává incidenci.

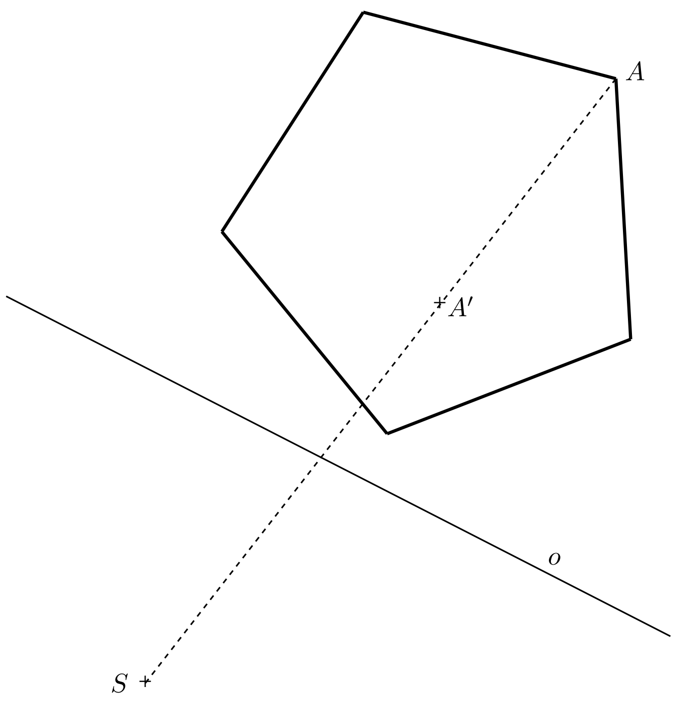
Základní konstrukce kolineace: Středová kolineace je dána osou o, středem S a dvojicí odpovídajících si bodů A, A'. Sestrojte obraz bodu B.



Př.: V kolineaci dané osou o, středem S a odpovídajícími si body A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



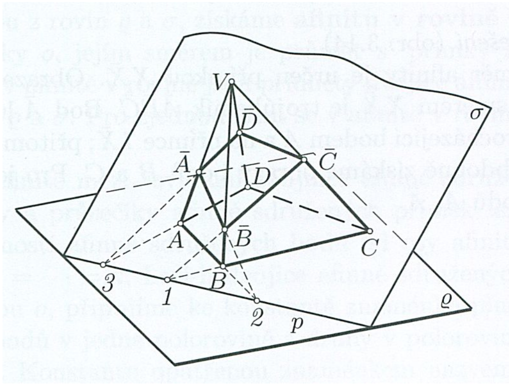
Př.: V kolineaci dané osou o, středem S a odpovídajícími si body A, A' zobrazte daný pětiúhelník.



Řez jehlanu

Mezi podstavou a řezem hranolu je vztah **kolineace**:

- **Osou** kolineace je průsečnice roviny podstavy ϱ a roviny řezu σ.
- **Střed** kolineace je vrchol jehlanu.



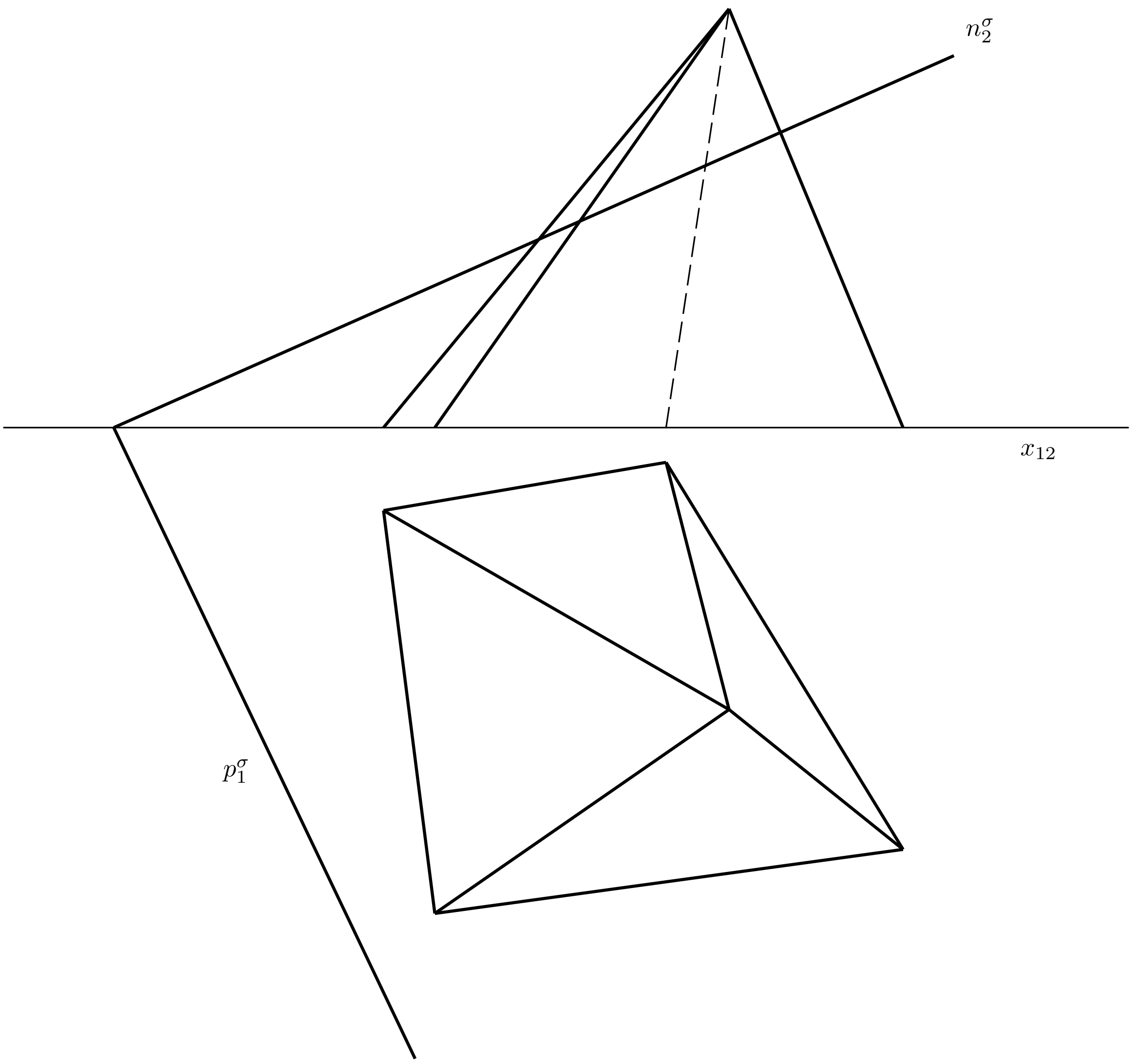
Promítnutím do průmětny tato kolineace v prostoru přejde do kolineace v rovině.

V této kolineaci se zobrazují body:

$$A \longrightarrow \bar{A},\ B \longrightarrow \bar{B},\ C \longrightarrow \bar{C},\ D \longrightarrow \bar{D}.$$

Tedy čtyřúhelníku podstavy $ABCD$ odpovídá čtyřúhelník řezu $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$.

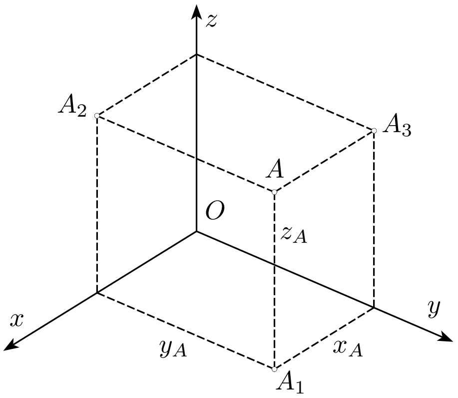
Př.: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu s podstavou v půdorysně rovinou σ.



Axonometrie – 1. část

Axonometrie je **rovnoběžné promítání** na **jednu průmětnu**, přičemž k axonometrickému průmětu daného objektu přiřazujeme ještě další tři (pomocné) průměty - axonometrický půdorys, nárys a bokorys.

Průmět bodu



- souřadnicový kvádr bodu A:

  $A \ldots$ axonometrický průmět

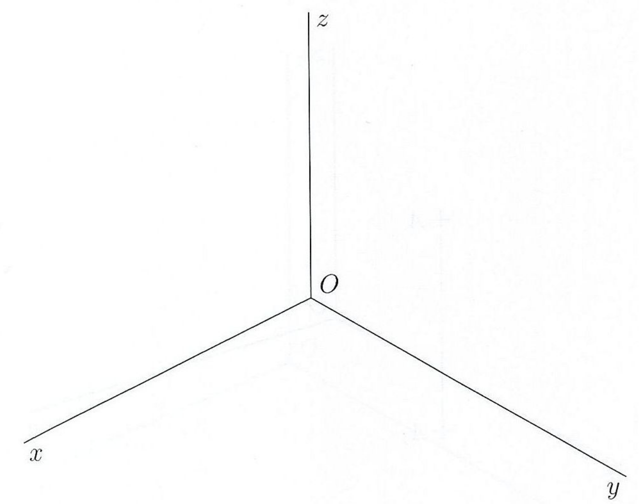
  $A_1 \ldots$ axonometrický půdorys

  $A_2 \ldots$ axonometrický nárys

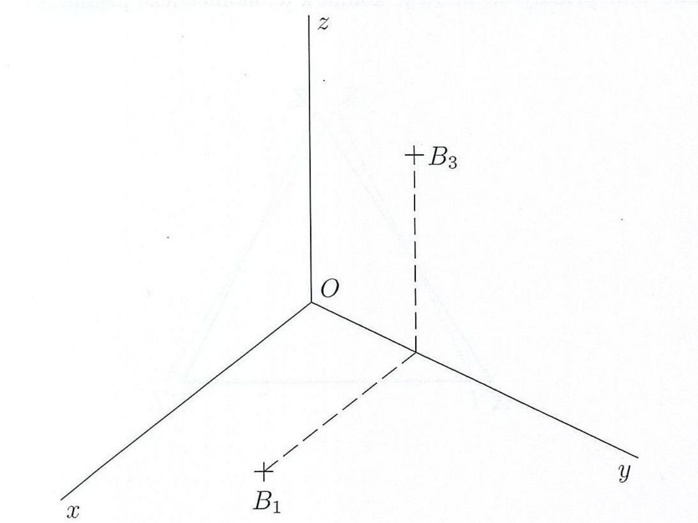
  $A_3 \ldots$ axonometrický bokorys

- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x,\ y_A = a_2 \cdot j_y,\ z_A = a_3 \cdot j_z,$
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. **redukované souřadnice** bodu A.
- Pro určení bodu stačí 2 průměty, zpravidla A, A_1.
- Spojnice bodů A, A_1 je tzv. **ordinála**.

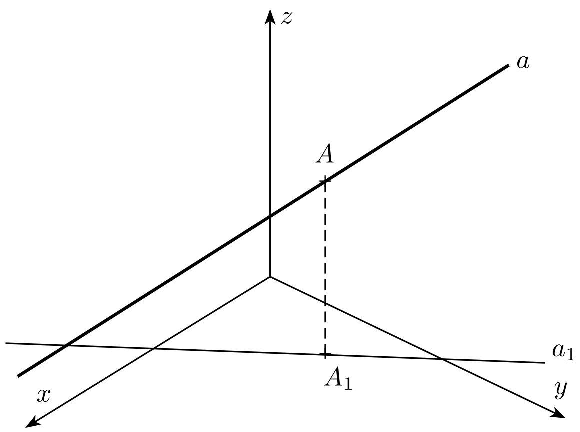
Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).



Př.: Sestrojte zbylé průměty bodu B.



Průmět přímky



- K určení přímky stačí její dva libovolné průměty, zpravidla používáme axonometrický průmět a půdorys.
- Bod ležící na přímce se zobrazí do bodu na přímce v každém průmětu.
- Průsečíky přímky s průmětnami nazýváme stopníky

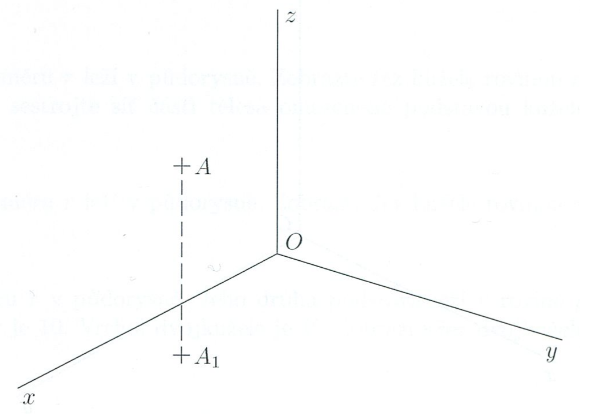
  $P \ldots$ půdorysný stopník

  $N \ldots$ nárysný stopník

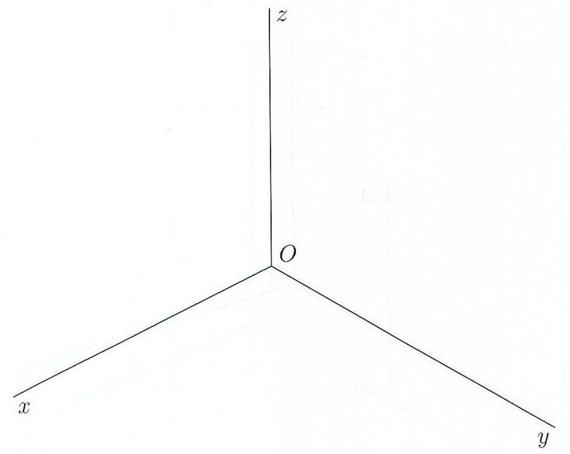
  $M \ldots$ bokorysný stopník

Speciální polohy přímky

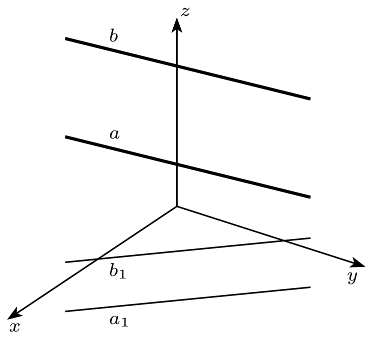
Př.: Sestrojte průměty přímky a, která prochází bodem A a je kolmá k půdorysně.



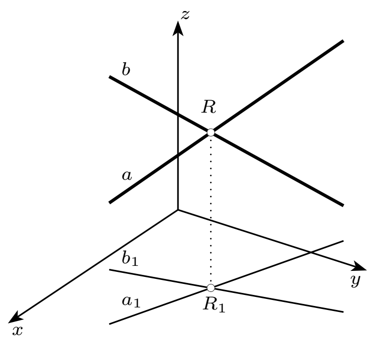
Př.: Narýsujte libovolnou přímku b rovnoběžnou s půdorysnou a určete její stopníky.



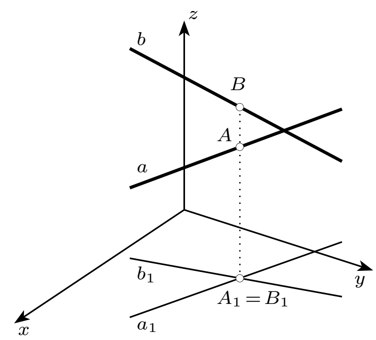
Vzájemná poloha dvou přímek



rovnoběžné přímky



různoběžné přímky



mimoběžné přímky

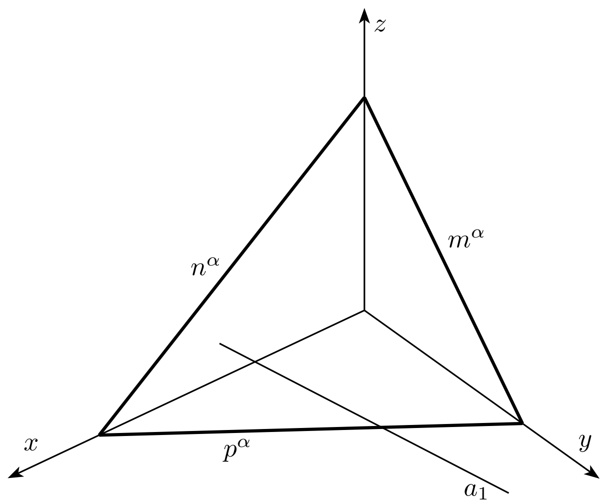
Zobrazení roviny

Rovina se zadává:

- sdruženými průměty určujících prvků (2 různoběžky, 2 rovnoběžky, bod + přímka, 3 body)
- pomocí stop

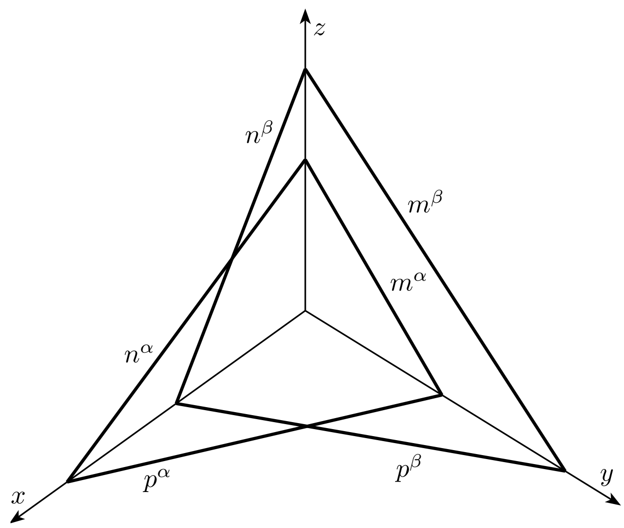
Přímka v rovině

Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α.



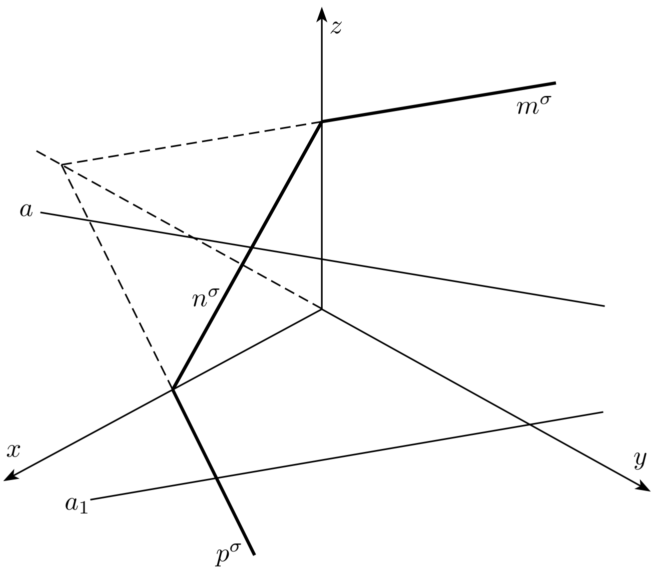
Průsečnice rovin

Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ϱ, σ.

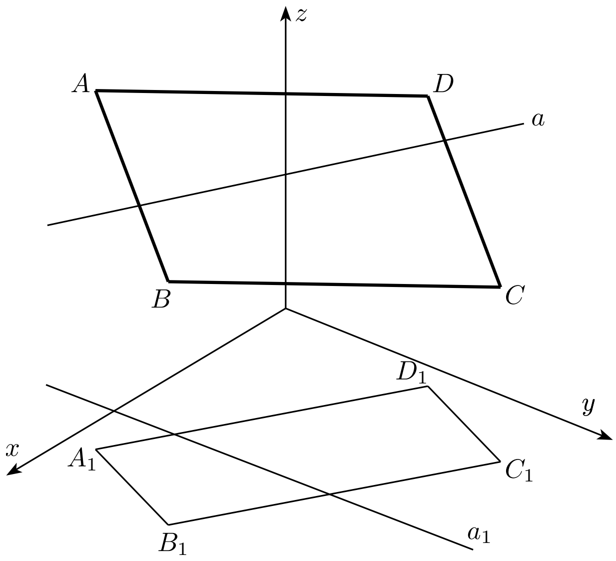


Průsečík přímky s rovinou

Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.

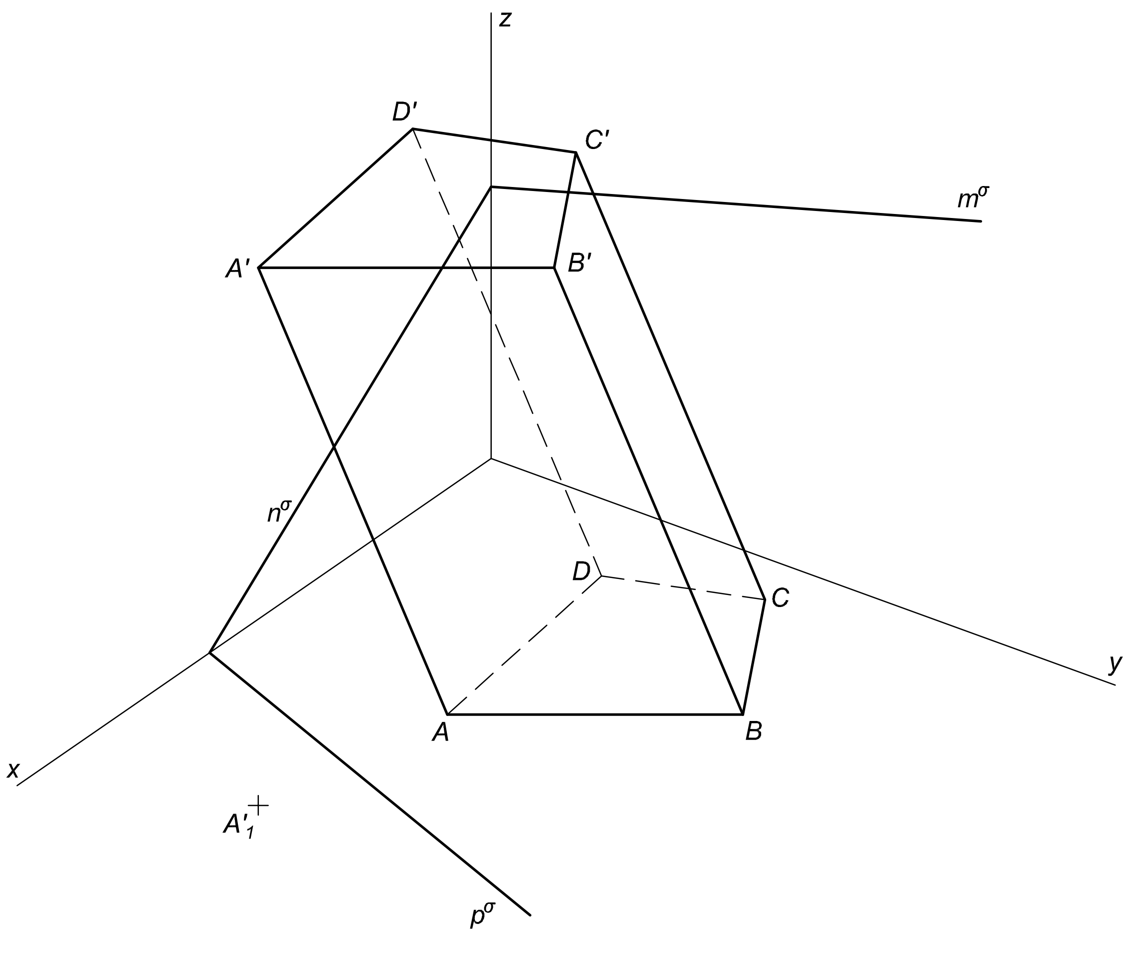


Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.

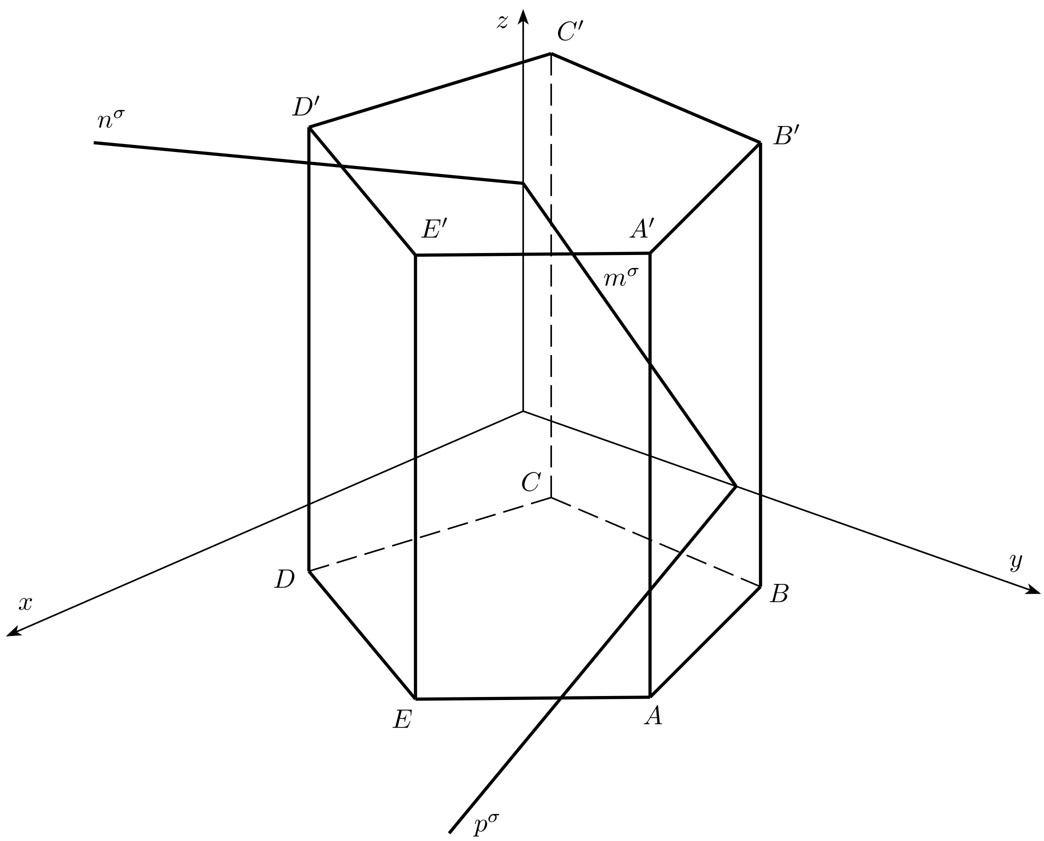


Řezy hranatých těles

Př.: Sestrojte řez daného šikmého hranolu rovinou σ. Hranol má spodní podstavu $ABCD$ v půdorysně.



Př.: Sestrojte řez kolmého pětibokého hranolu $ABCDEA'B'C'D'E'$, jehož spodní podstava leží v půdorysně, rovinou σ.



Př.: Sestrojte řez daného šestibokého jehlanu s podstavou v půdorysně. Rovina řezu σ je dána stopami.