

Axonometrie - úvod, polohové úlohy

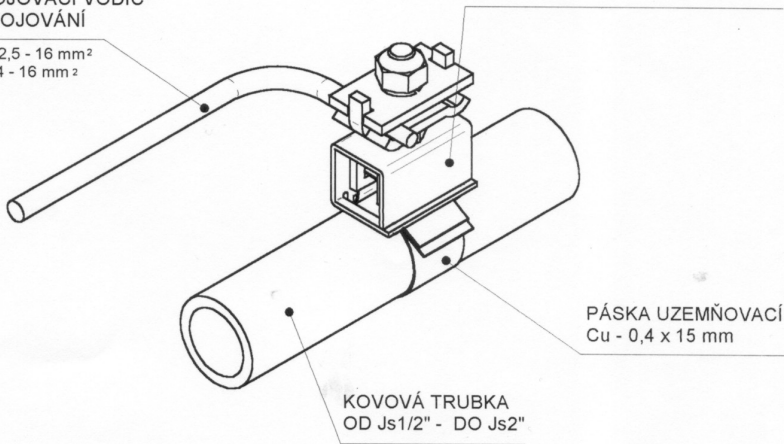
DGTKK

Ukázky axonometrií – kde se používá

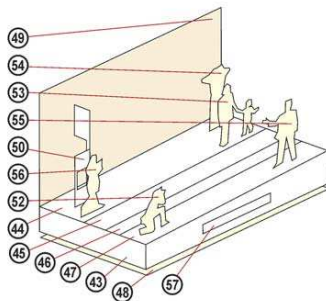
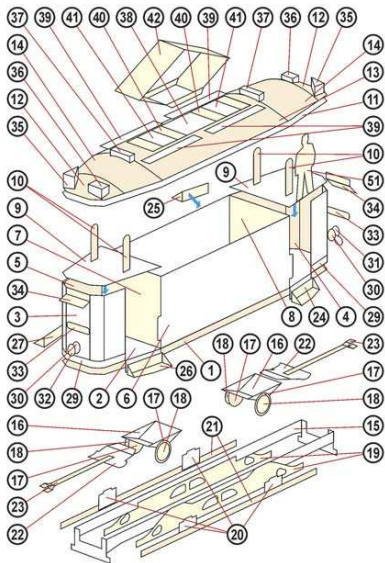
PŘIPOJOVACÍ VODIČ
POSPOJOVÁNÍ

Cu (D) 2,5 - 16 mm²
Cu (L) 4 - 16 mm²

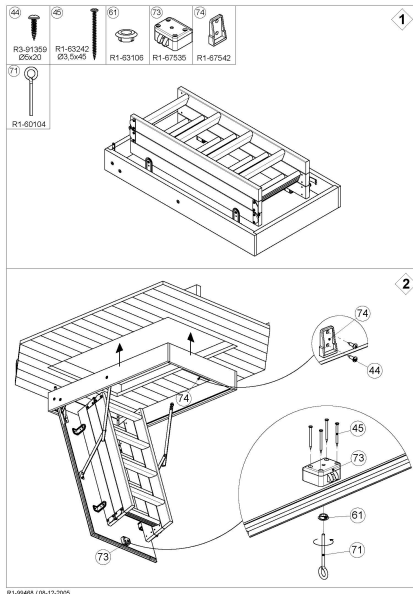
TĚLESO ZEMNÍČÍ SVORKY ZSA 16
S PŘÍCHYTKOU



Ukázky axonometrií – kde se používá



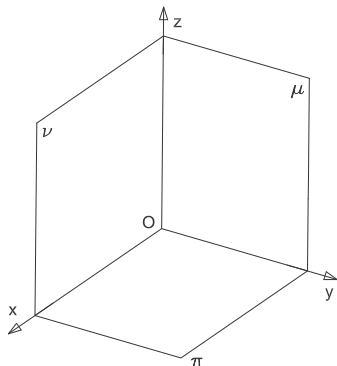
Ukázky axonometrií – kde se používá



Ukázky axonometrií – kde se používá



Princip axonometrie



Máme 3 navzájem kolmé roviny:

π ... půdorysna

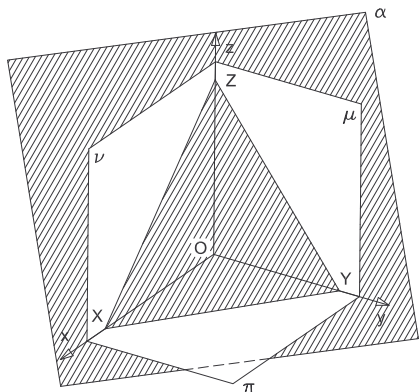
ν ... nárysna

μ ... bokorysna

Situaci si můžete představit jako roh místnosti - podlahu a dvě stěny.

Tyto průmětny se protínají ve 3 navzájem kolmých osách x, y, z .

Princip axonometrie

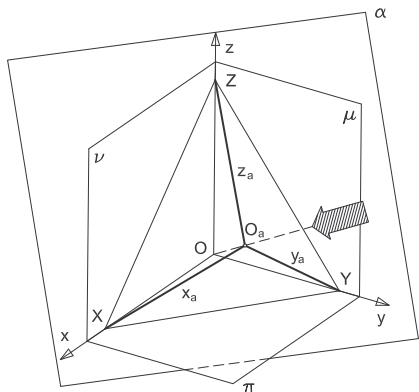


Přes tyto 3 roviny položíme další rovinu α (šrafovaná), což je tzv. **axonometrická průmětna**.

Axonometrická průmětna α protíná osy x, y, z v bodech X, Y, Z .

Body X, Y, Z tvoří tzv. **axonometrický trojúhelník**.

Princip axonometrie

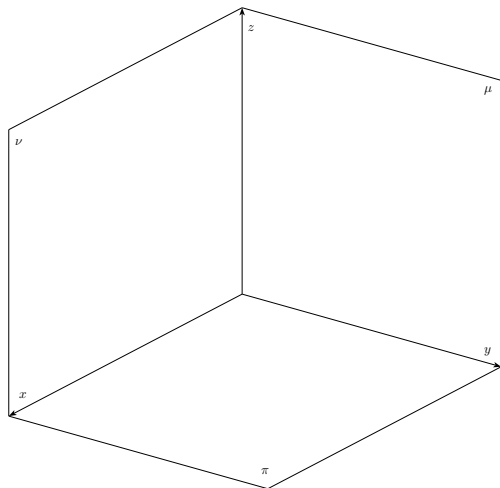


Objekty v prostoru promítáme do roviny α směrem s .

Do roviny α promítáme i půdorysy, nárysy a bokorysy zobrazených objektů a také souřadné osy x , y , z .

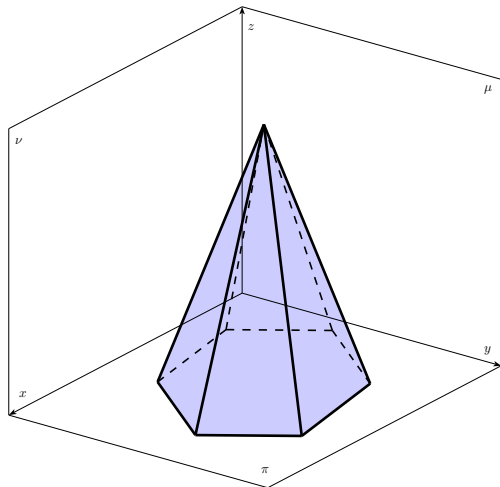
Axonometrické průměty značíme indexem a , to ale budeme v dalším vynechávat.

Pro lepší představu



Máme 3 navzájem kolmé roviny π , ν , μ .

Pro lepší představu

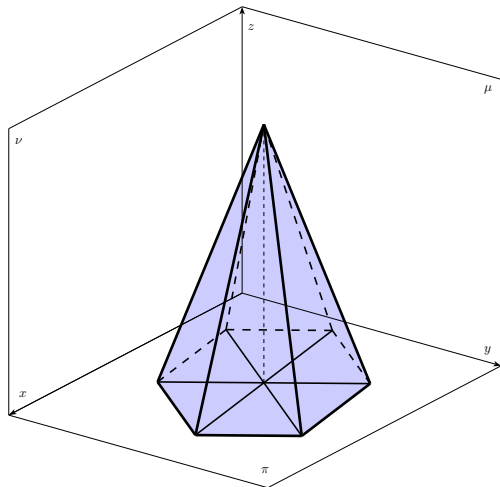


Na rovinu π položíme šestiboký jehlan.

Tento obrázek je tzv. **axonometrický průmět** jehlanu. Vidíte, že je velice názorný.

Problém je, že jen s tímto průmětem se nedá pracovat. V mongeově projekci jsme měli ještě 2. průmět, v kótovaném promítání jsme měli místo 2. průmětu kóty.

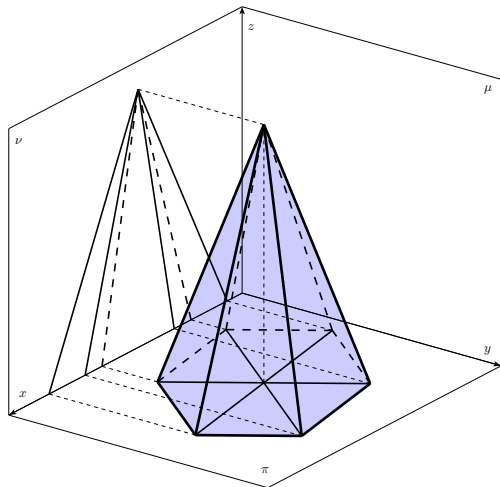
Pro lepší představu



Proto potřebujeme ještě znát nějaké další průměty jehlanu, tzv. **pomocné průměty**.

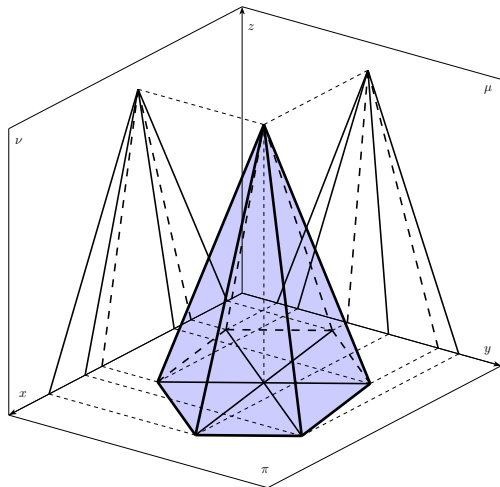
Nejčastěji se používá **axonometrický půdorys**, který je vidět na obrázku. Jedná se o kolmý průmět jehlanu do půdorysny (zobrazený v axonometrické průmětně).

Pro lepší představu



Kolmý průmět jehlanu do náryсны se nazývá **axonometrický nárys**.

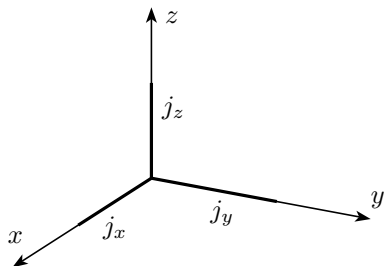
Pro lepší představu



A kolmý průmět jehlanu do bokorysny je **axonometrický bokorys**.

Dohromady 4 průměty by ale způsobily velkou nepřehlednost, takže se většinou všechny nekreslí. Jak už bylo uvedeno dříve, většinou se používá axonometrický průmět a axonometrický půdorys.

Princip axonometrie



Průmětem os x, y, z vzniká
axonometrický osový kříž

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

Průmětem jednotkové úsečky
 j na osách x, y, z jsou
axonometrické jednotky

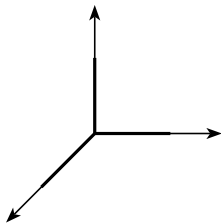
$$j_x, j_y, j_z.$$

Rozdělení axonometrií

Podle velikosti jednotek j_x, j_y, j_z

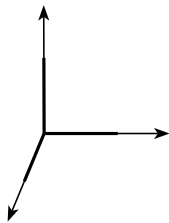
izometrie

$$j_x = j_y = j_z$$



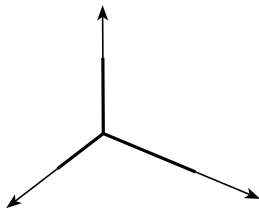
dimetrie

$$j_x = j_y \vee j_x = j_z \vee j_y = j_z$$



trimetrie

$$j_x \neq j_y \neq j_z$$



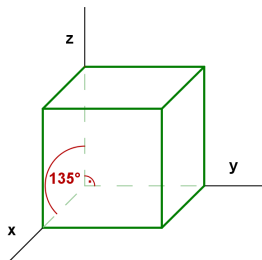
Podle směru promítání

- $s \perp \alpha$ pravoúhlá axonometrie
- $s \not\perp \alpha$ šikmá (kosoúhlá) axonometrie

Speciální axonometrie – šikmé axonometrie

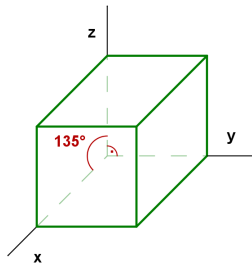
Volné rovnoběžné
promítání

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$$



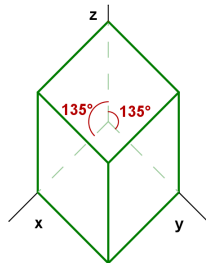
Kavalírní promítání

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$



Vojenská perspektiva

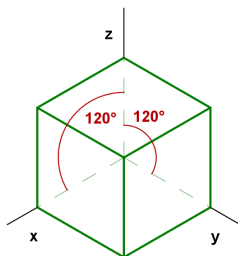
$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$



Speciální axonometrie – kolmé axonometrie

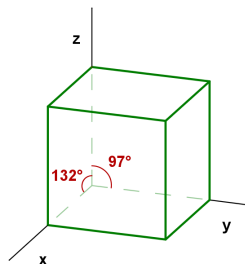
Technická izometrie

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$

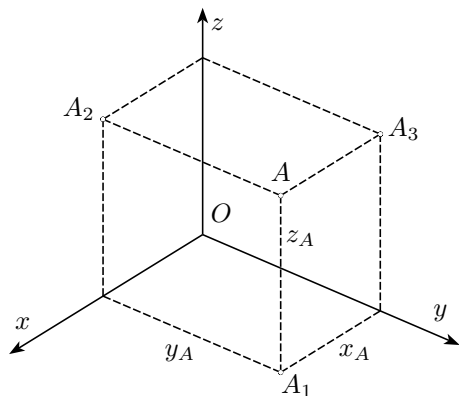


Technická dimetrie
(inženýrská perspektiva)

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$$



Průmět bodu



souřadnicový kvádr bodu A :

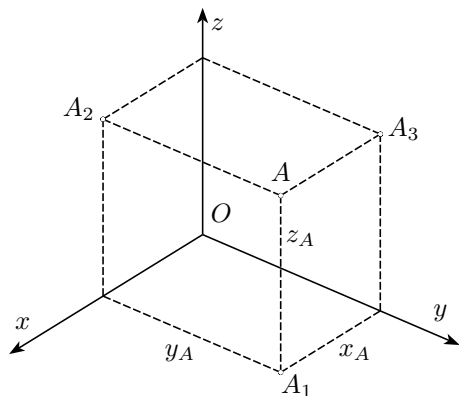
A ... axonometrický průmět

A_1 ... axonometrický půdorys

A_2 ... axonometrický nárys

A_3 ... axonometrický bokorys

Průmět bodu



souřadnicový kvádr bodu A :

A ... axonometrický průmět

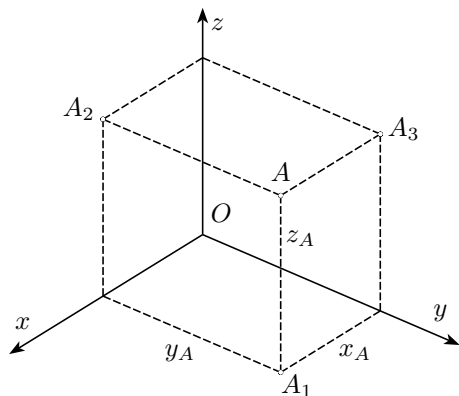
A_1 ... axonometrický půdorys

A_2 ... axonometrický nárys

A_3 ... axonometrický bokorys

- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x, y_A = a_2 \cdot j_y, z_A = a_3 \cdot j_z,$
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. **redukované souřadnice** bodu A .

Průmět bodu



souřadnicový kvádr bodu A :

A ... axonometrický průmět

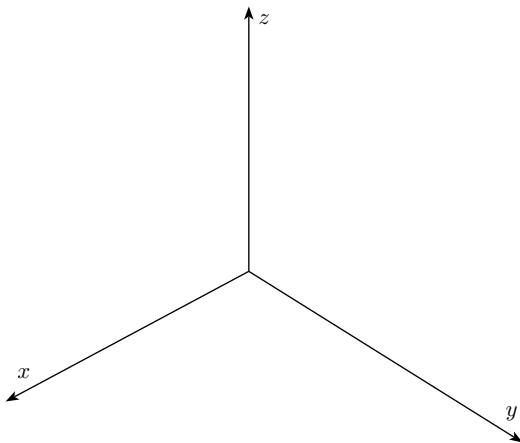
A_1 ... axonometrický půdorys

A_2 ... axonometrický nárys

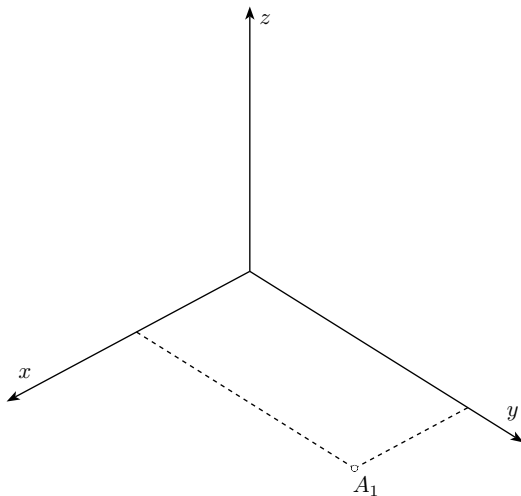
A_3 ... axonometrický bokorys

- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x, y_A = a_2 \cdot j_y, z_A = a_3 \cdot j_z,$
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. **redukováné souřadnice** bodu A .
- Pro určení bodu stačí 2 průměty, zpravidla A, A_1 .
- Spojnice bodů A, A_1 je tzv. **ordinála**.

Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).

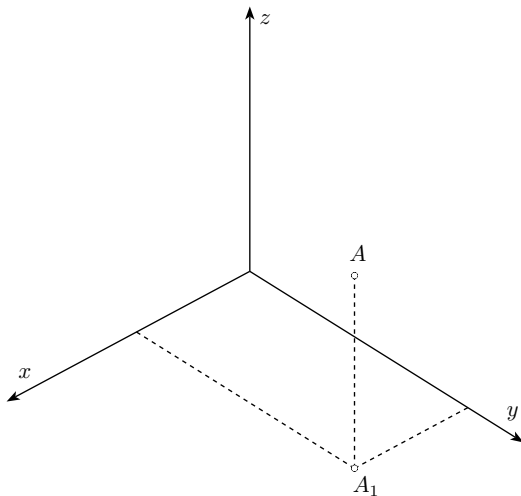


Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).



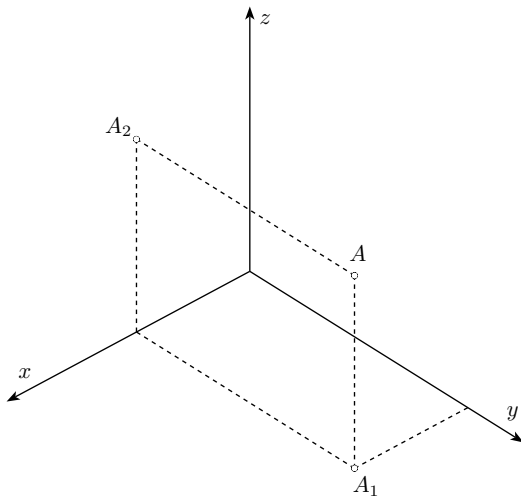
Na osu x vyneseme 2 cm, na osu y 4 cm a sestrojíme rovnoběžky s osami, tím získáme axonometrický půdorys A_1 .

Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).



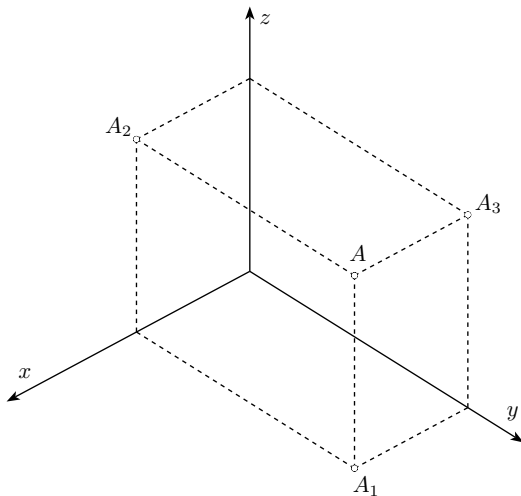
Axonometrický průmět A bude ležet na ordinále (rovnoběžce s osou z) nad bodem A_1 , na ordinále nanášíme z -ovou souřadnici bodu A , tj. 3 cm.

Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).



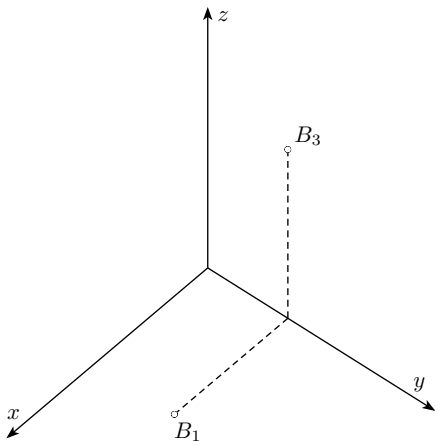
Dokreslením přední stěny souřadnicového kváдру získáme axonometrický nárys A_2 .

Př.: Určete průměty bodu $A[2, 4, 3]$ (souřadnice jsou dány redukované).



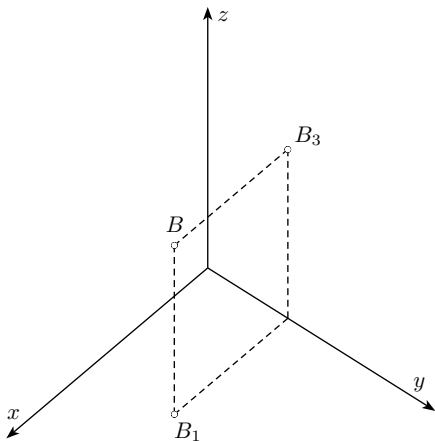
Pokud souřadnicový kvádr dokončíme celý, dostaneme i axonometrický bokorys A_3 .

Př.: Sestrojte zbylé průměty bodu B .



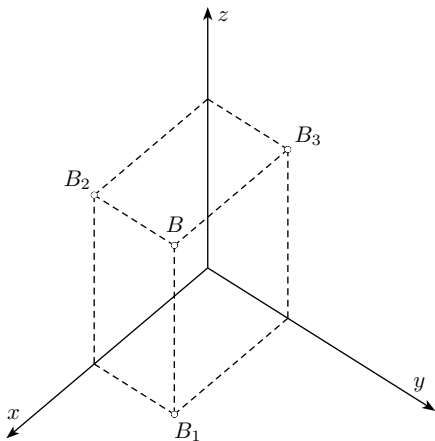
Opět použijeme souřadnicový kvádr i pro bod B .

Př.: Sestrojte zbylé průměty bodu B .



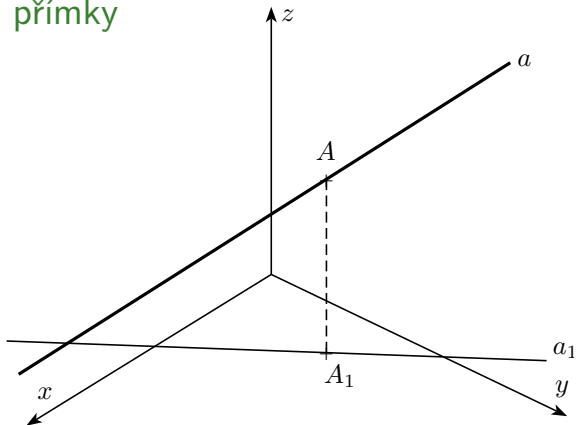
Dokreslíme svislou stěnu souřadnicového kvádru obsahující body B_1 a B_3 .
Tím získáme axonometrický průmět bodu B .

Př.: Sestrojte zbylé průměty bodu B .



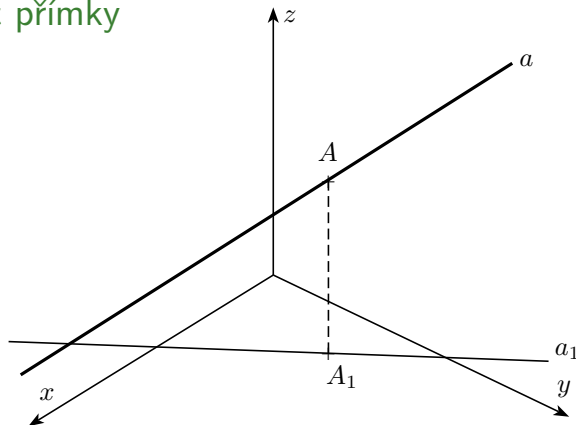
Dokreslíme-li souřadnicový kvádr celý, dostaneme i axonometrický nárys B_2 .

Průmět přímky



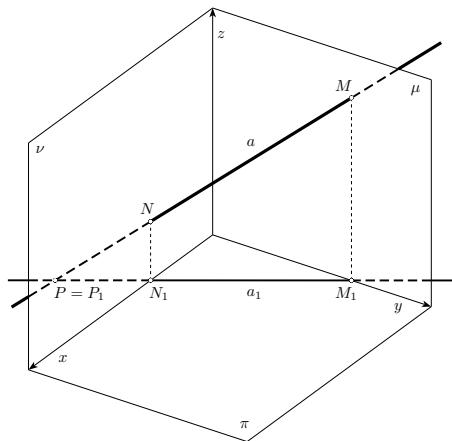
K určení přímky stačí její dva libovolné průměty, zpravidla používáme axonometrický průmět a půdorys.

Průmět přímky



Bod ležící na přímce se zobrazí do bodu na přímce v každém průmětu.

Průmět přímky



Speciální body na přímce:

Průsečíky přímky s průmětnami nazýváme **stopníky**.

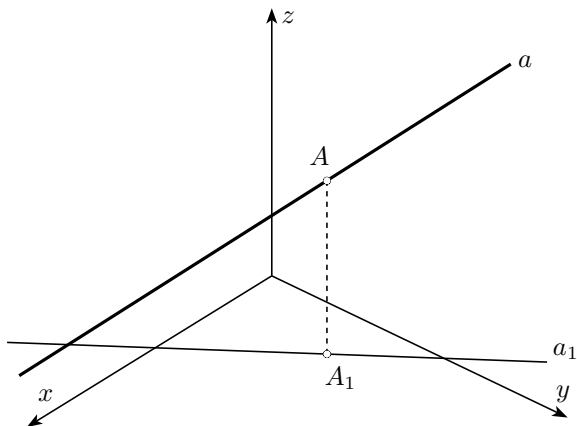
P ... půdorysný stopník

N ... nárysný stopník

M ... bokorysný stopník

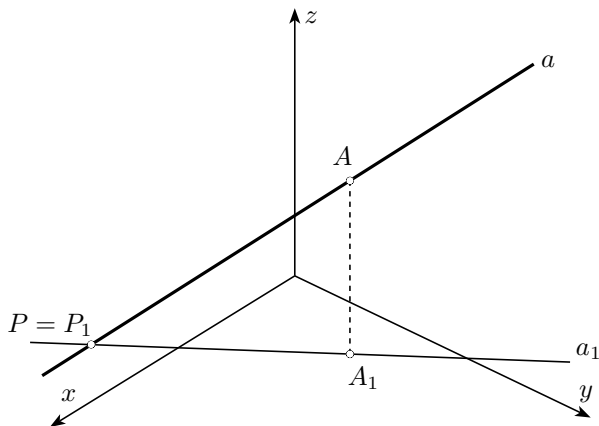
Průmět přímky

Př.: Sestrojte stopníky přímky a .



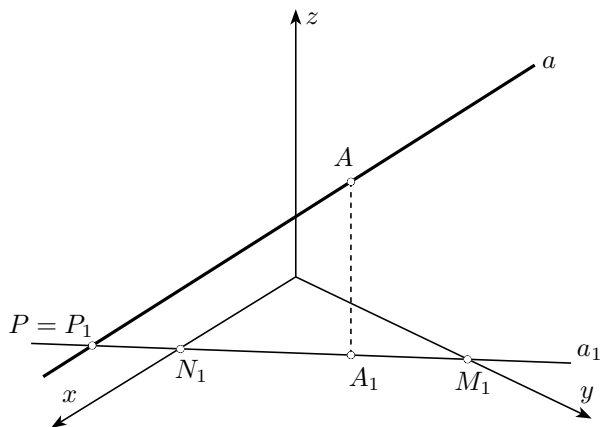
Průmět přímky

Př.: Sestrojte stopníky přímky a .



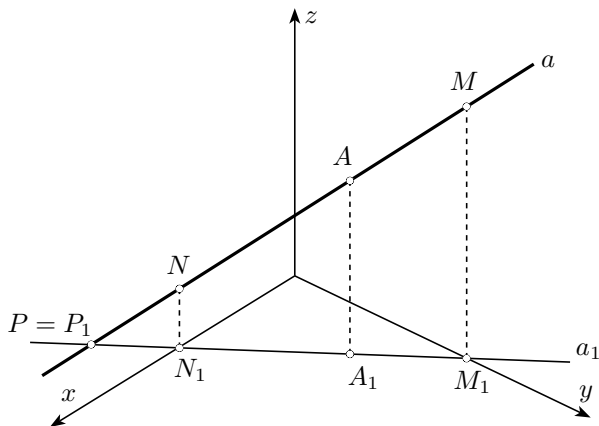
Průmět přímky

Př.: Sestrojte stopníky přímky a .

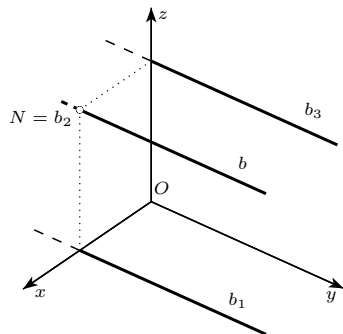


Průmět přímky

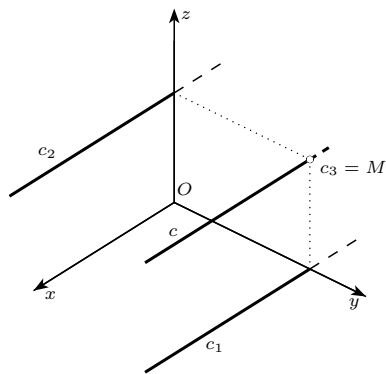
Př.: Sestrojte stopníky přímky a .



Speciální polohy přímky



přímka kolmá k nárýsně

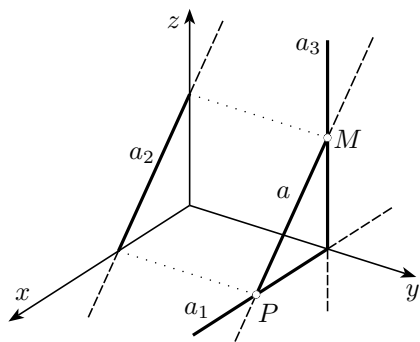


přímka kolmá k bokorysně

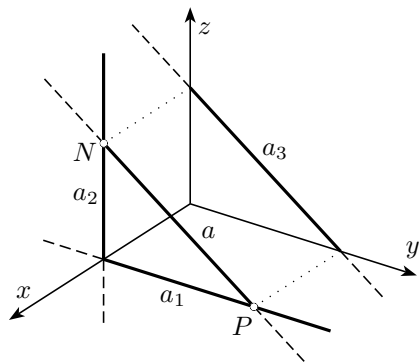
Speciální polohy přímky

Př.: Sestrojte průměty přímky a , která prochází bodem A a je kolmá k půdorysně.

Speciální polohy přímky



přímka rovnoběžná s narysnou

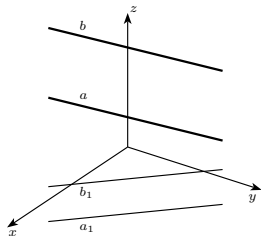


přímka rovnoběžná s bokorysnou

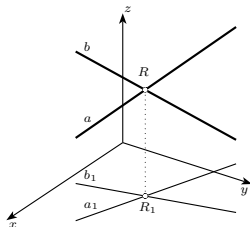
Speciální polohy přímky

Př.: Narýsujte libovolnou přímku b rovnoběžnou s půdorysnou a určete její stopníky.

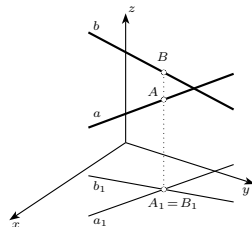
Vzájemná poloha dvou přímek



rovnoběžky



různoběžky

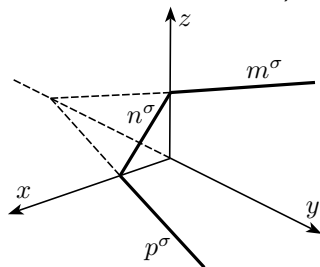
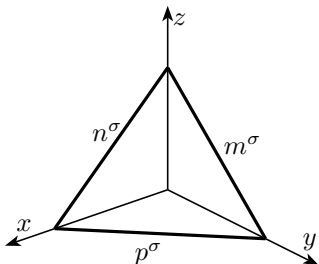


mimoběžky

Zobrazení roviny

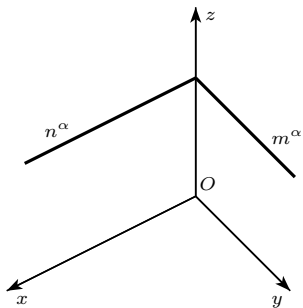
Rovina se zadává

- sdruženými průměty určujících prvků (2 různoběžky, 2 rovnoběžky, bod + přímka, 3 body)
- pomocí stop (průsečnice roviny s pomocnými průmětnami):

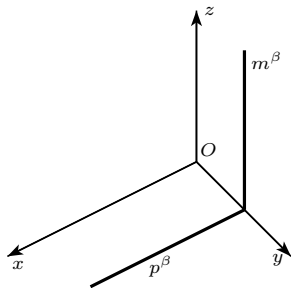


Stopy roviny kreslíme zpravidla 3 – půdorysnou, nárysou a bokorysnou. Jde o přímky, ve kterých rovina protíná pomocné průmětny.

Speciální polohy rovin



rovnoběžná s π

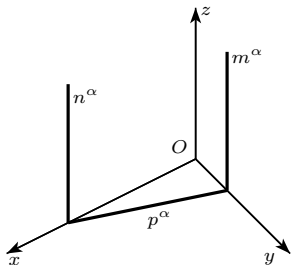


rovnoběžná s ν

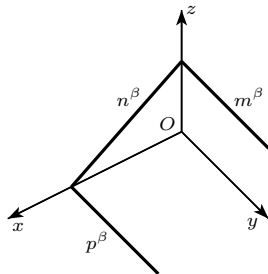
Speciální polohy rovin

Př.: Narýsujte libovolnou rovinu rovnoběžnou s bokorysnou.

Speciální polohy rovin



kolmá k π



kolmá k ν

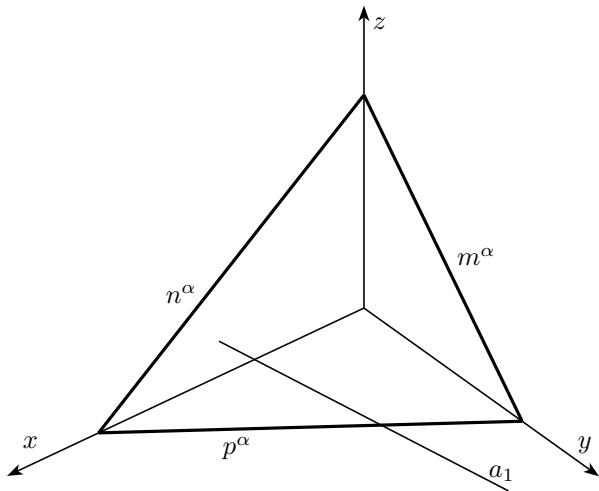
Speciální polohy rovin

Př.: Narýsujte libovolnou rovinu kolmou k bokorysně, která současně není rovnoběžná s půdorysnou ani s nárysnou.

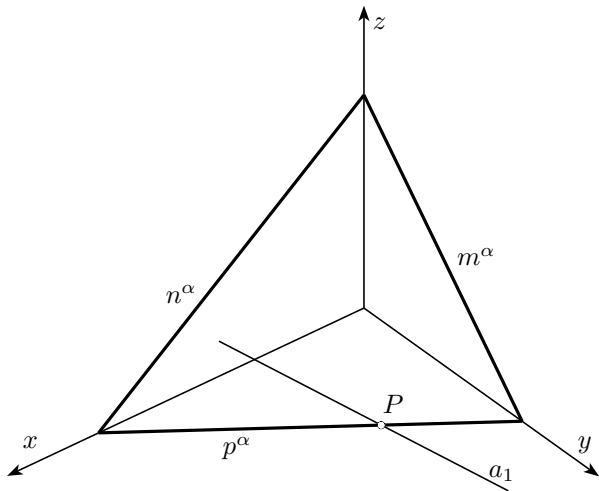
Základní polohové úlohy

- přímka v rovině
- průsečnice rovin
- průsečík přímky s rovinou (**metoda krycí přímky**)

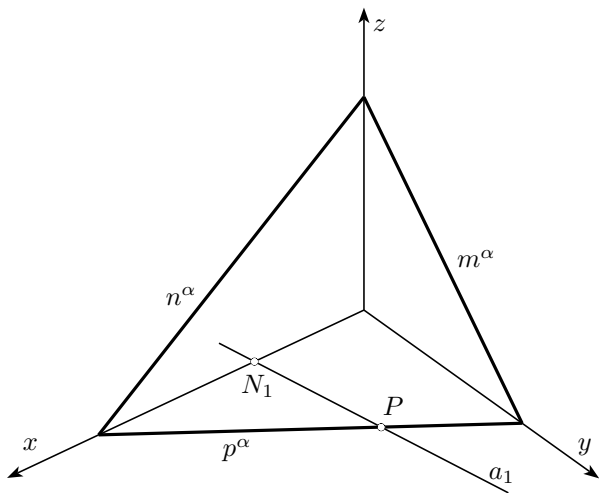
Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α .



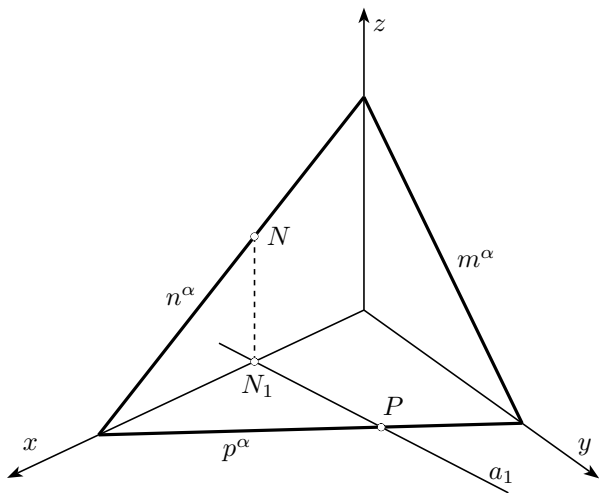
Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α .



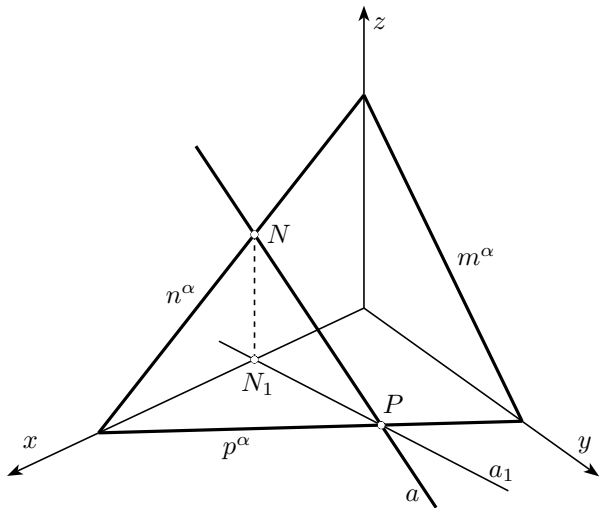
Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α .



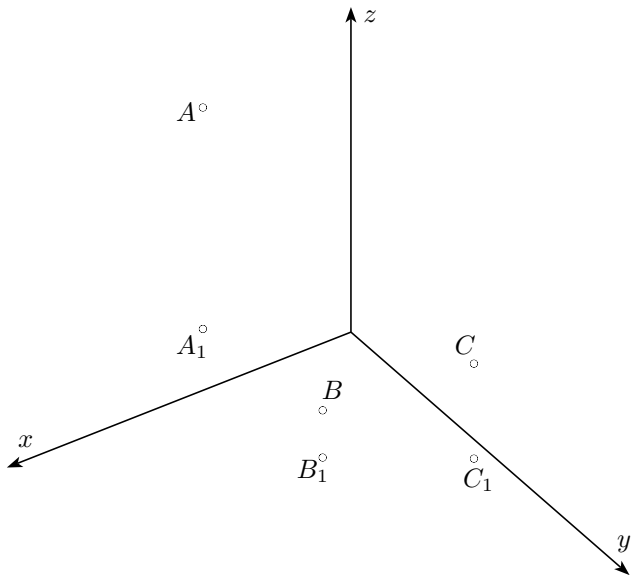
Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α .



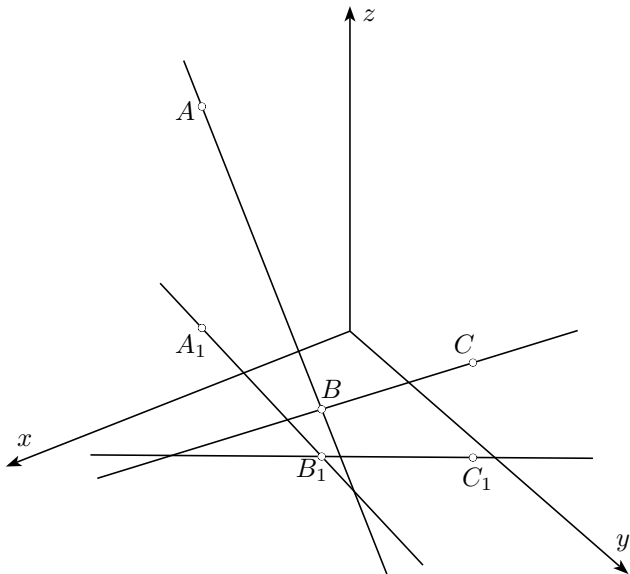
Př.: Je dána rovina α svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky a tak, aby ležela v rovině α .



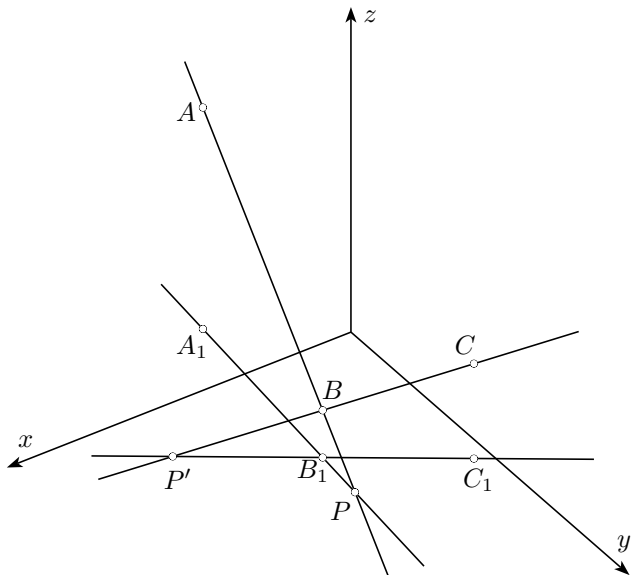
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



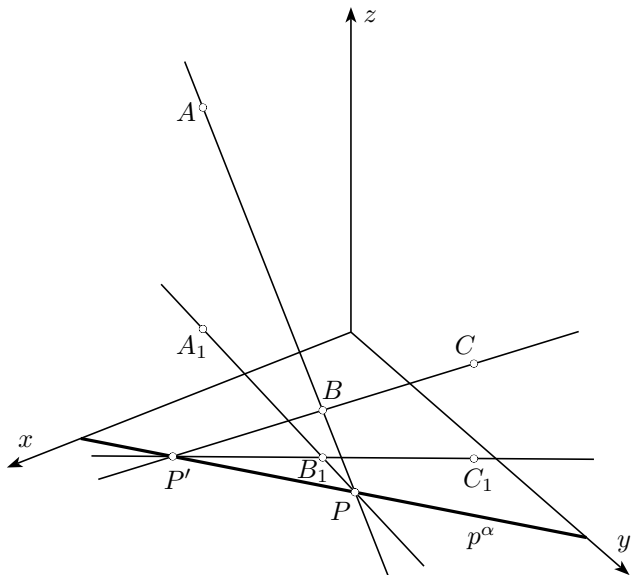
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



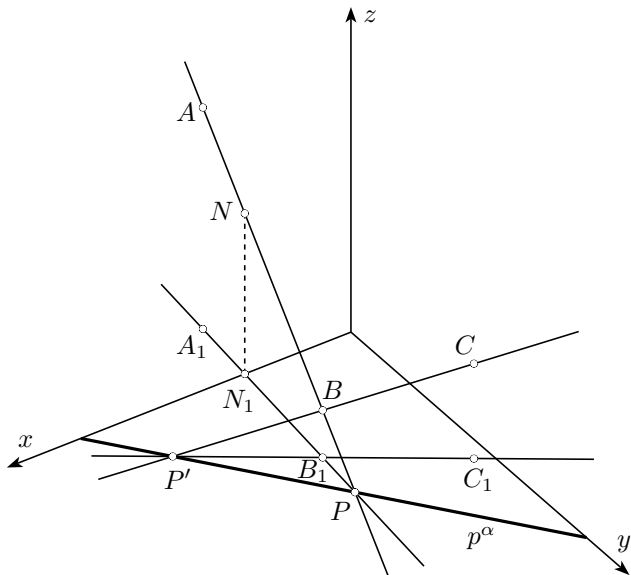
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



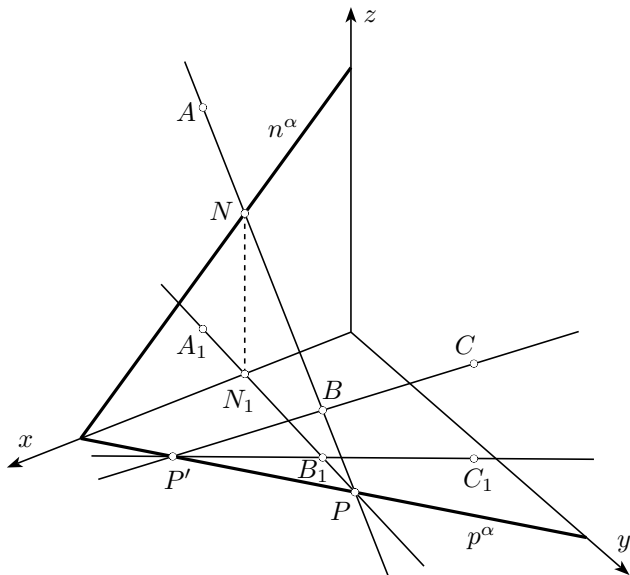
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



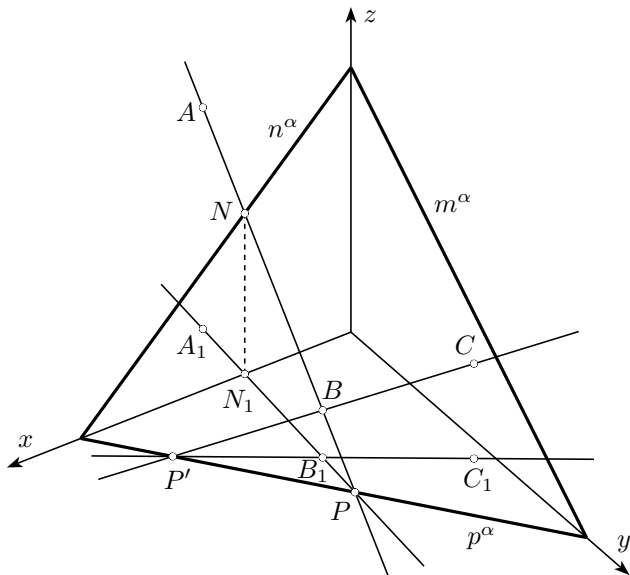
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



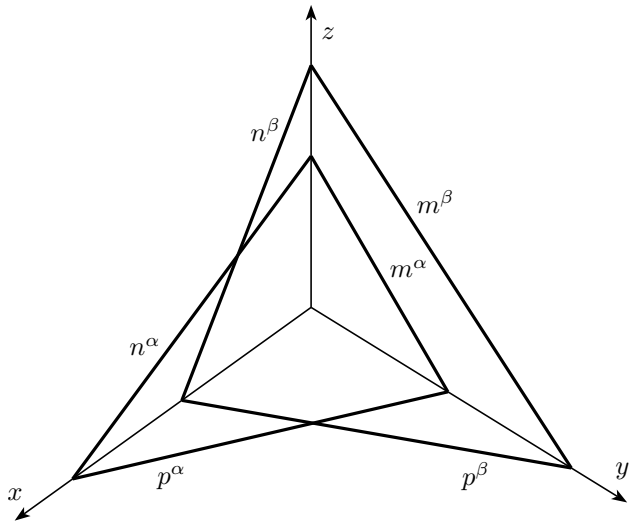
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



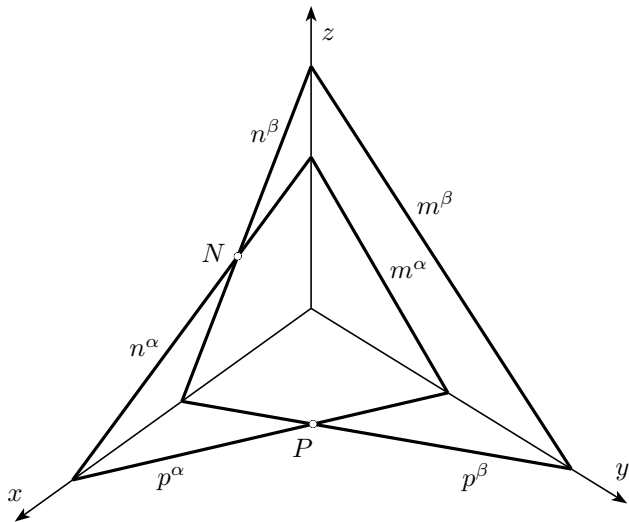
Př.: Rovina α je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny α .



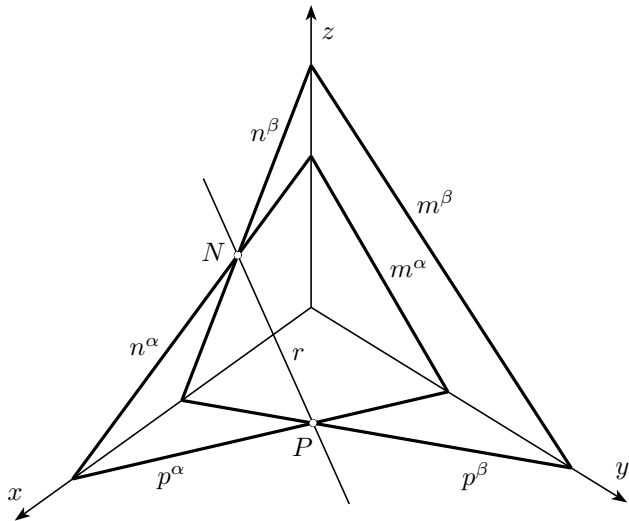
Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ρ, σ .



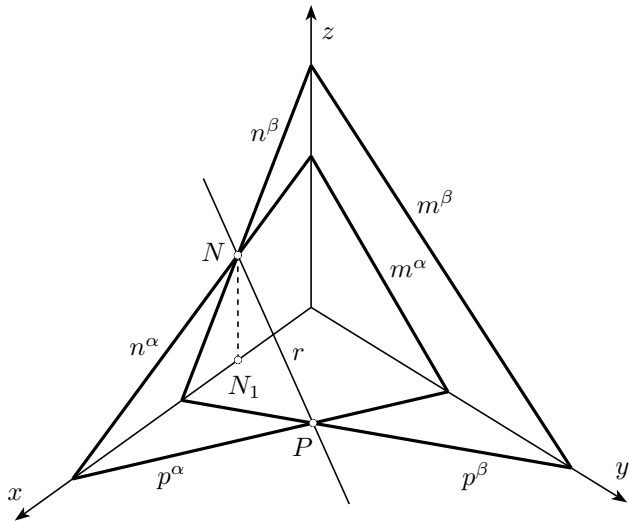
Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ρ, σ .



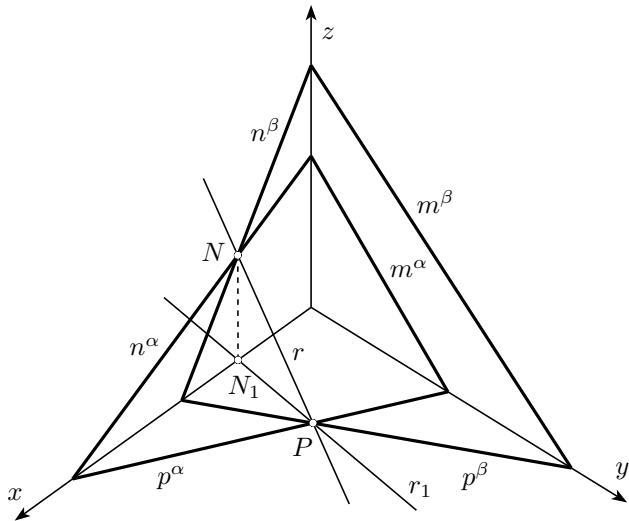
Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ρ, σ .



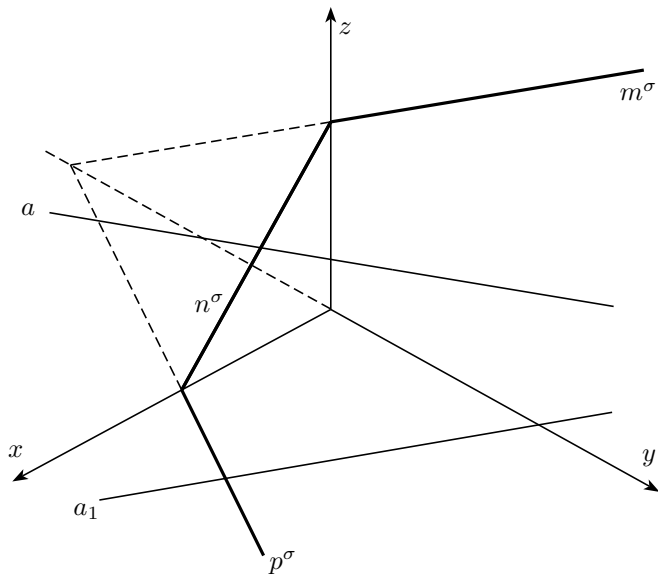
Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ρ, σ .



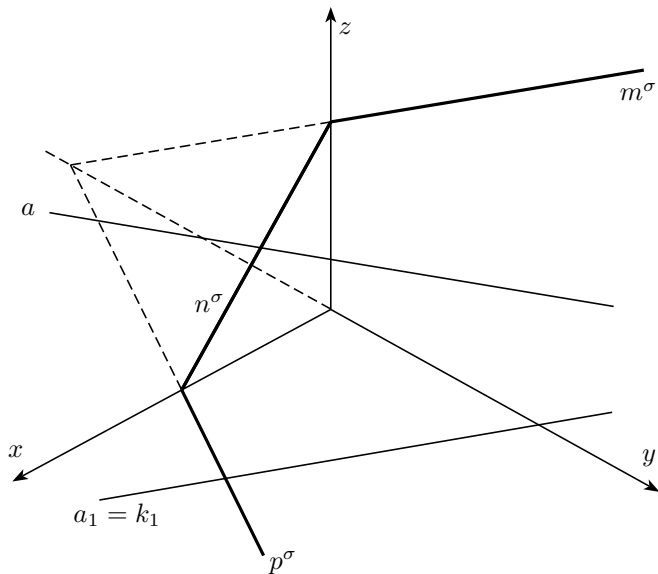
Př.: Zobrazte průsečnici r rovin ρ, σ .



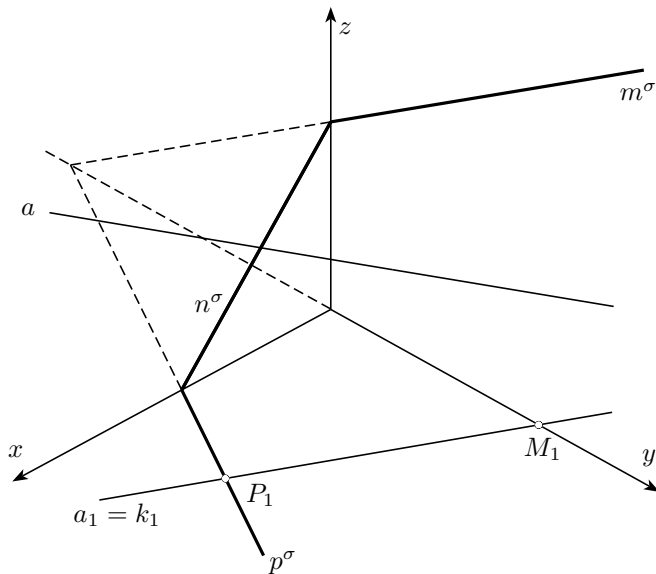
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



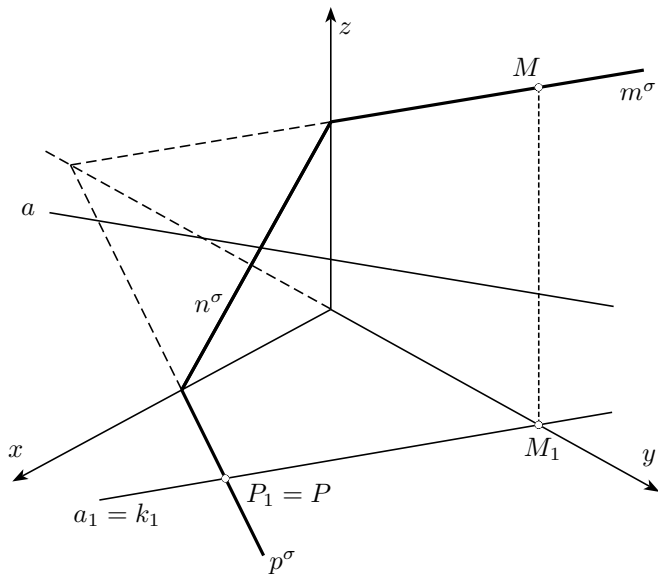
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



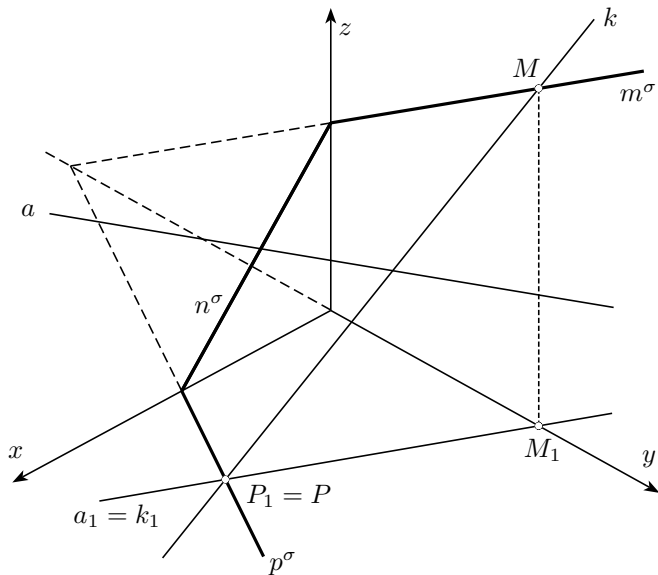
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



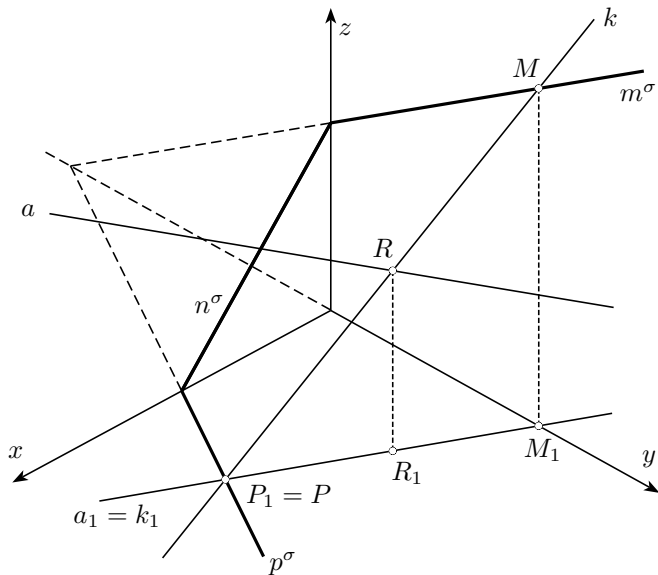
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



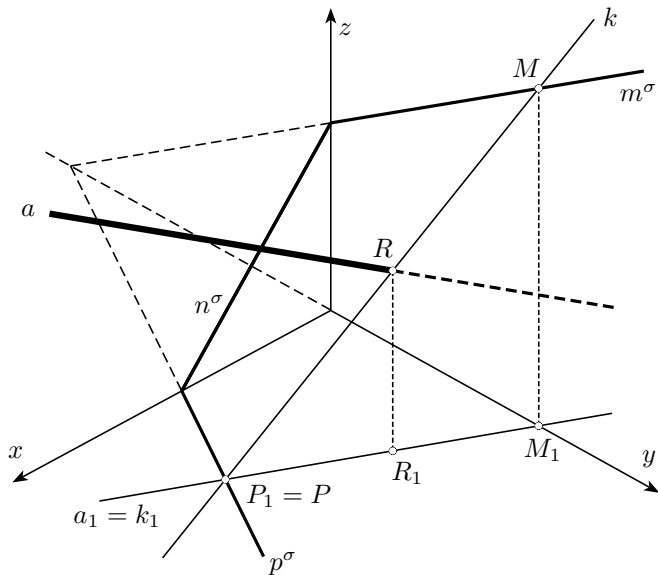
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



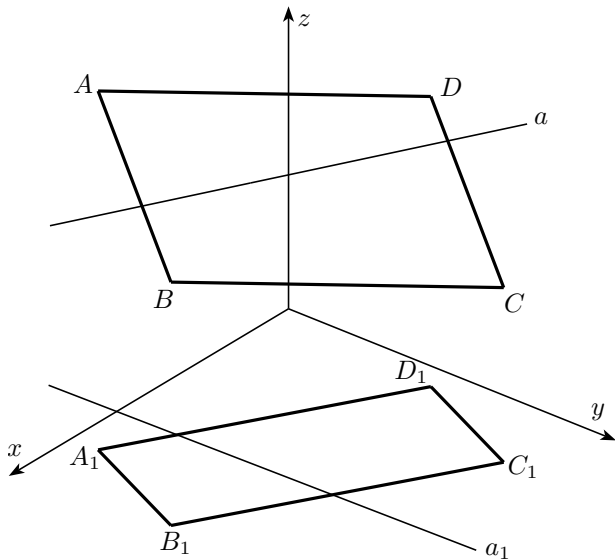
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



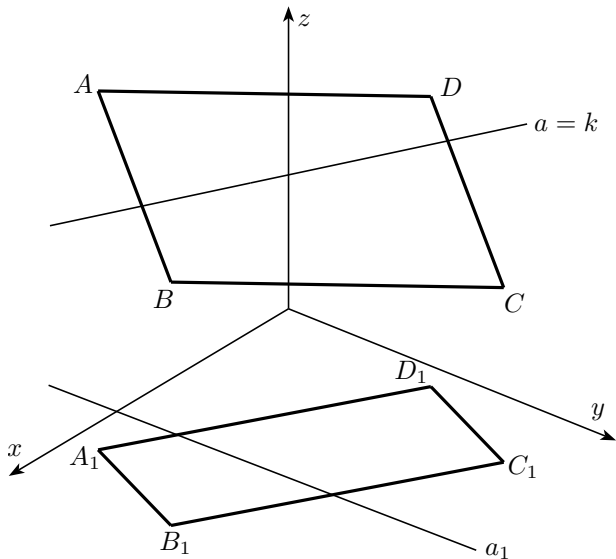
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



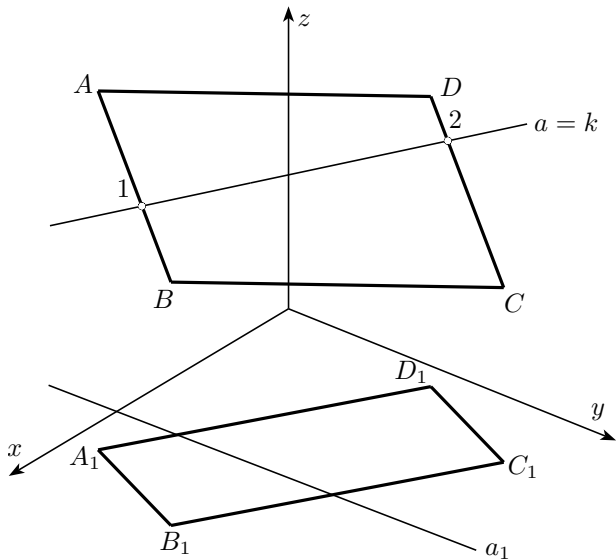
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



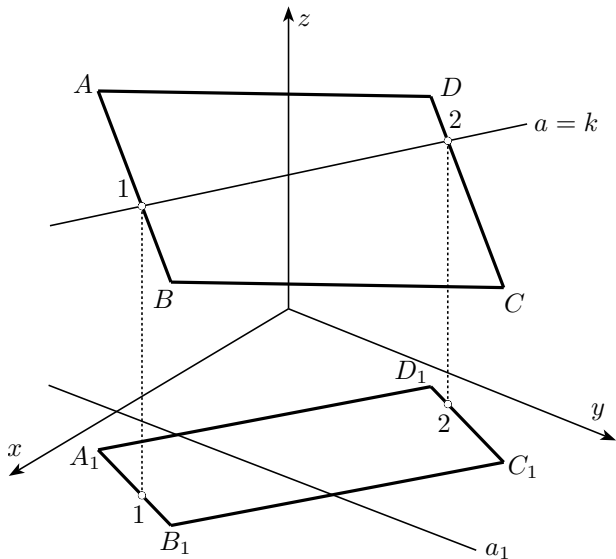
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



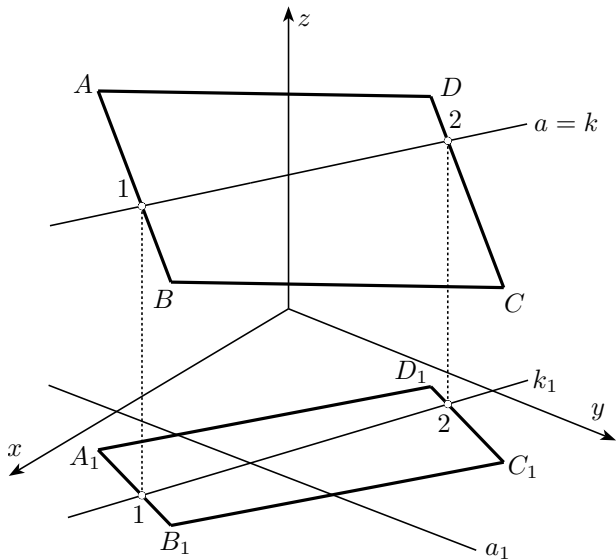
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



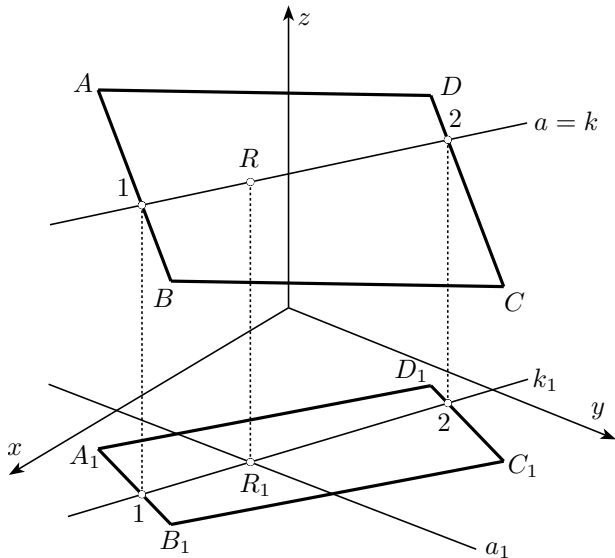
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



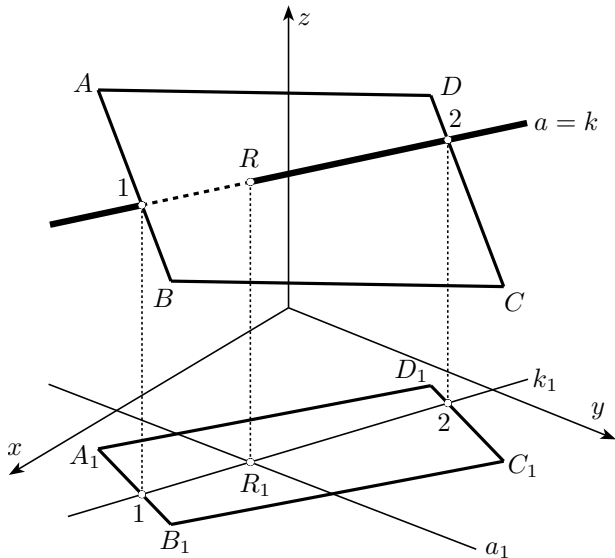
Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



Př.: Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a vzhledem k rovnoběžníku.



Úlohy o tělesech

- Řezy těles
- Průsečíky přímky s tělesem
- Osvětlení těles – příště

Úlohy o tělesech

- Řezy těles
- Průsečíky přímky s tělesem
- Osvětlení těles – příště

Řezy těles – postup už známe, je stejný jako v Mongeově projekci.

Příklad (Řez šikmého hranolu)

Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD A' B' C' D'$ rovinou σ . Hranol má podstavu $ABCD$ v půdorysně, horní podstava $A' B' C' D'$ je rovnoběžná s půdorysnou. Rovina σ je dána stopami.

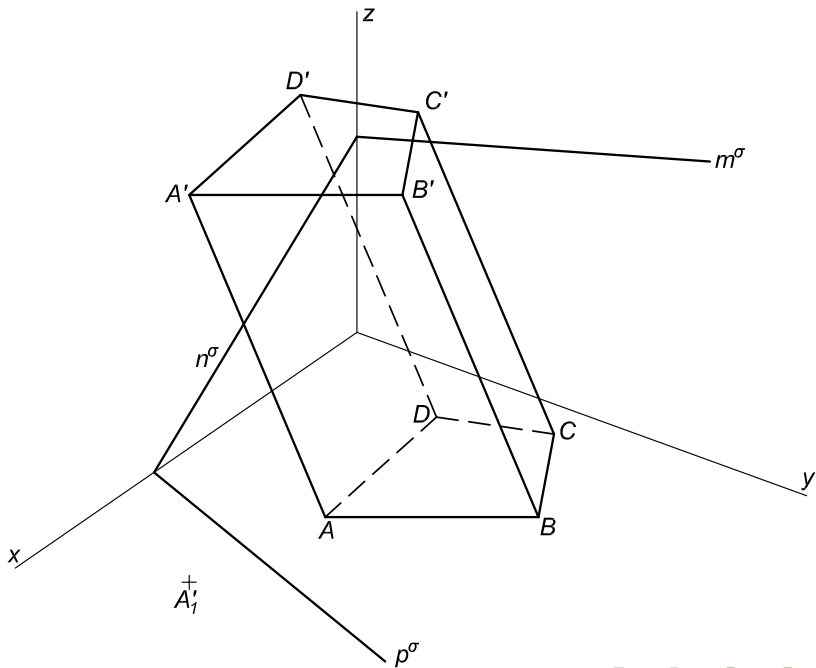
Řezy těles

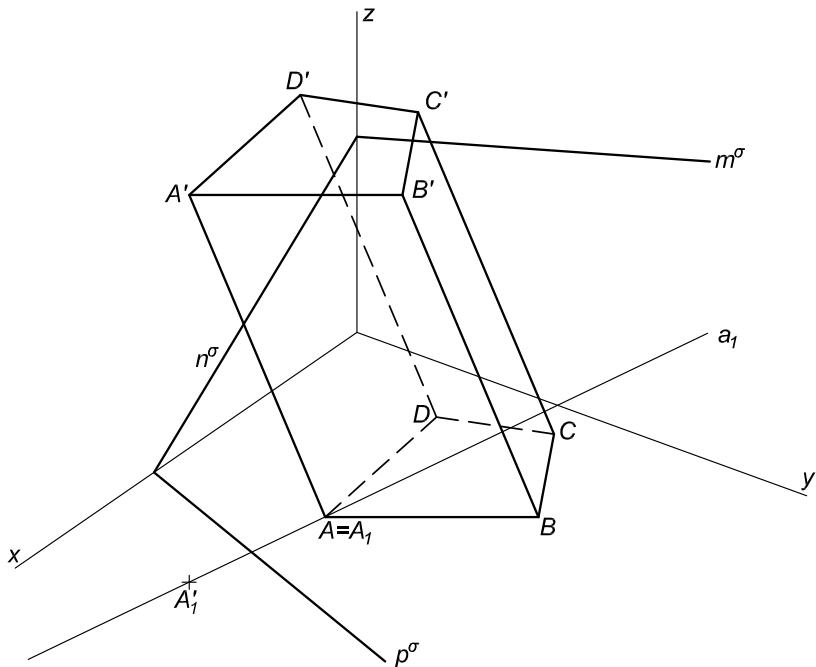
Příklad (Řez šikmého hranolu)

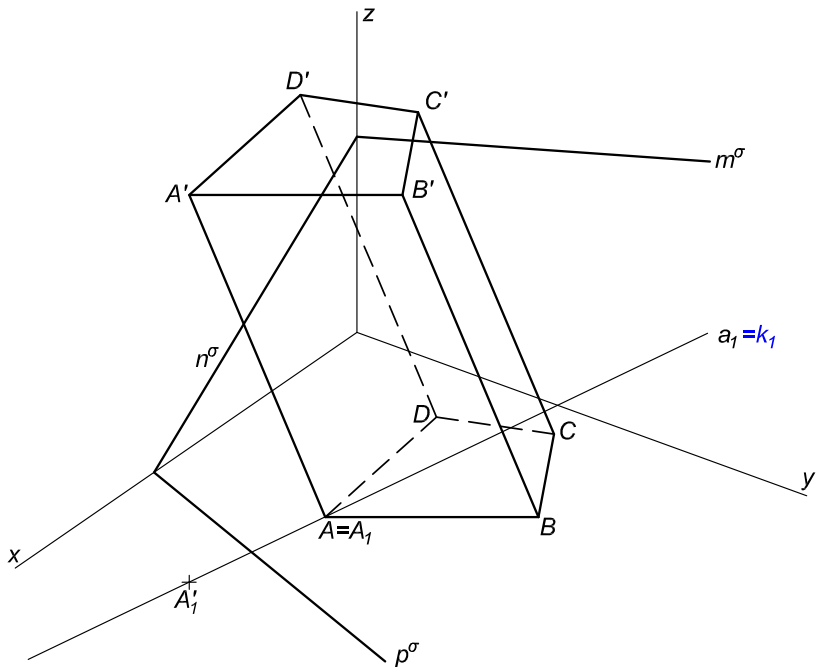
Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD A' B' C' D'$ rovinou σ . Hranol má podstavu $ABCD$ v půdorysně, horní podstava $A' B' C' D'$ je rovnoběžná s půdorysnou. Rovina σ je dána stopami.

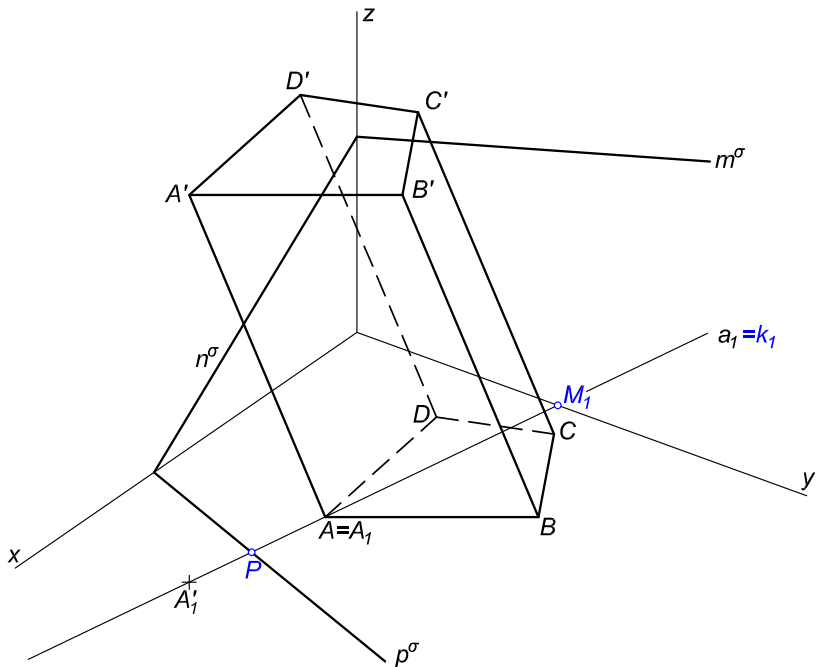
Řešení

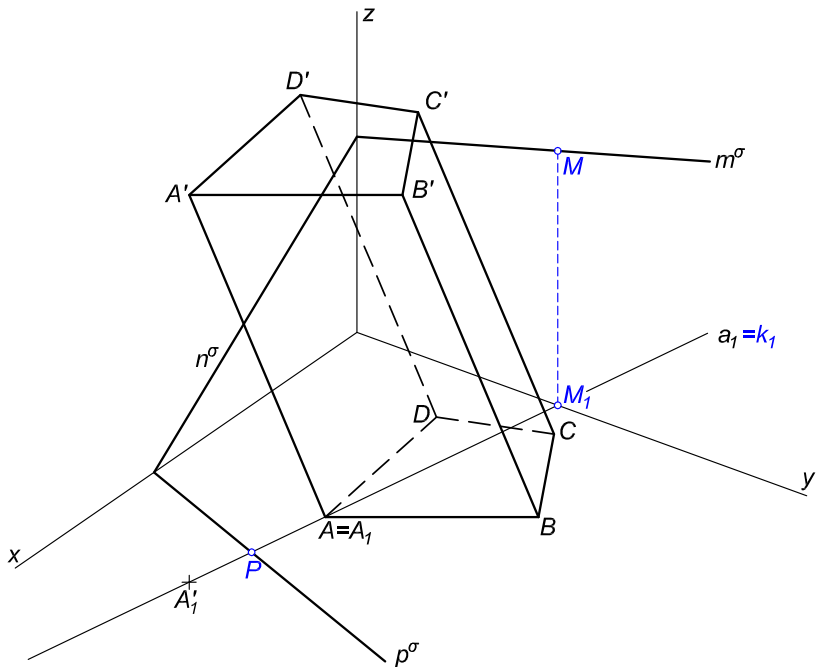
- 1 První bod řezu sestrojíme jako průsečík jedné boční hrany (AA') s rovinou σ , řešíme metodou krycí přímky.
- 2 Sestrojíme řez pomocí afinity mezi rovinou podstavy a rovinou řezu. Osou afinity je půdorysná stopa roviny σ , pár odpovídajících si bodů je A, \bar{A} .

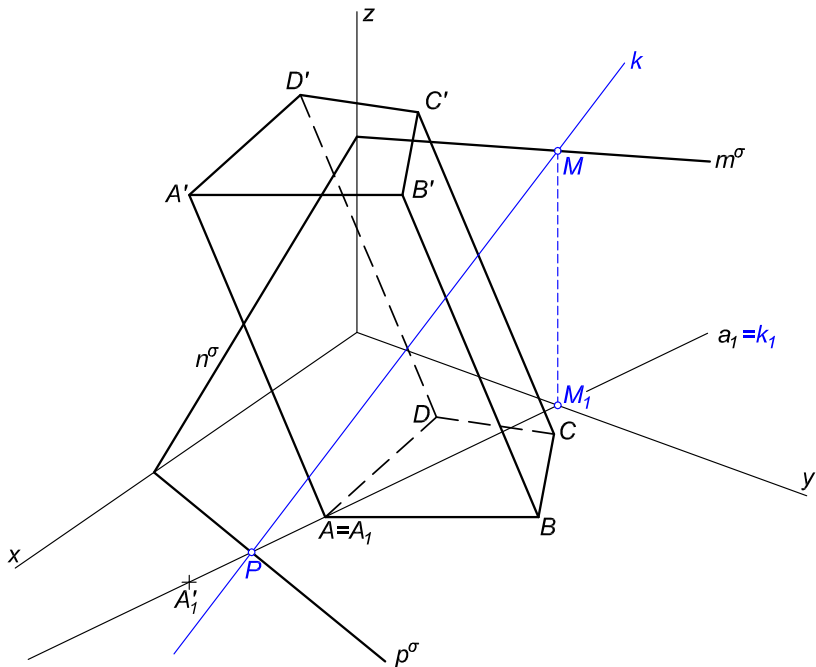


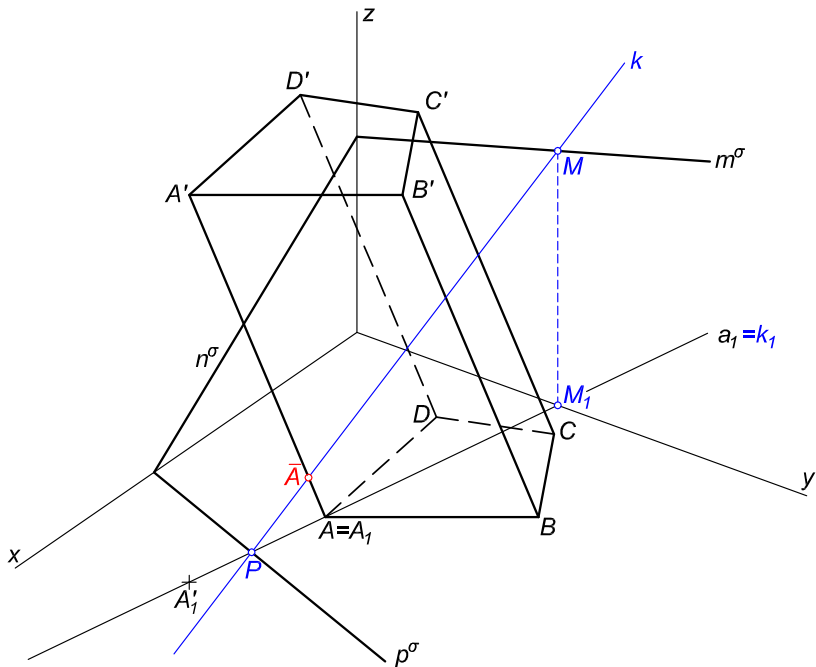


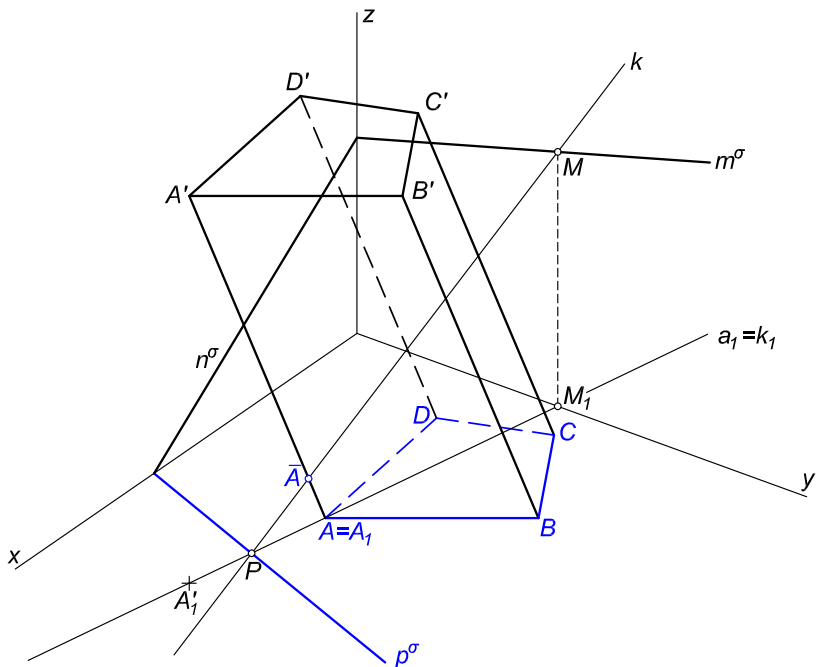


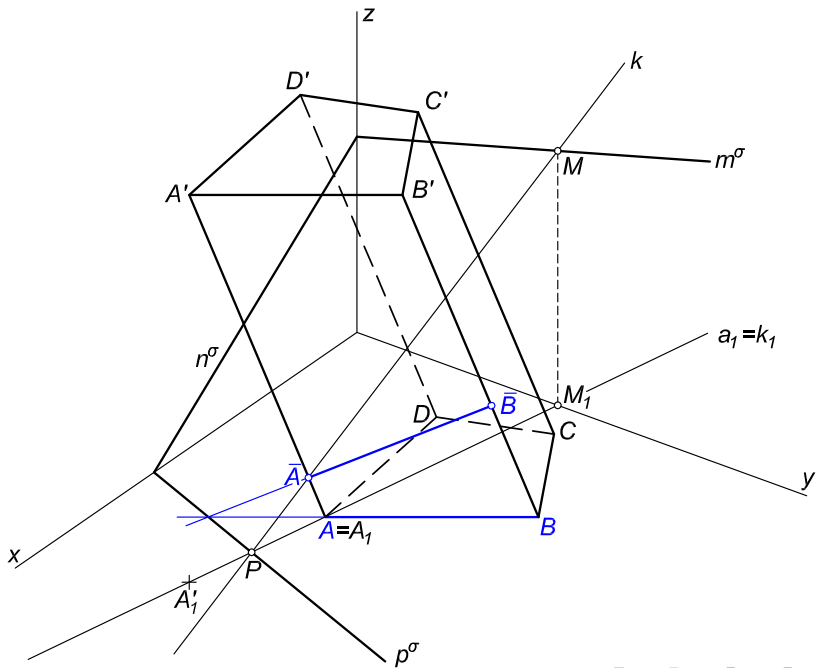


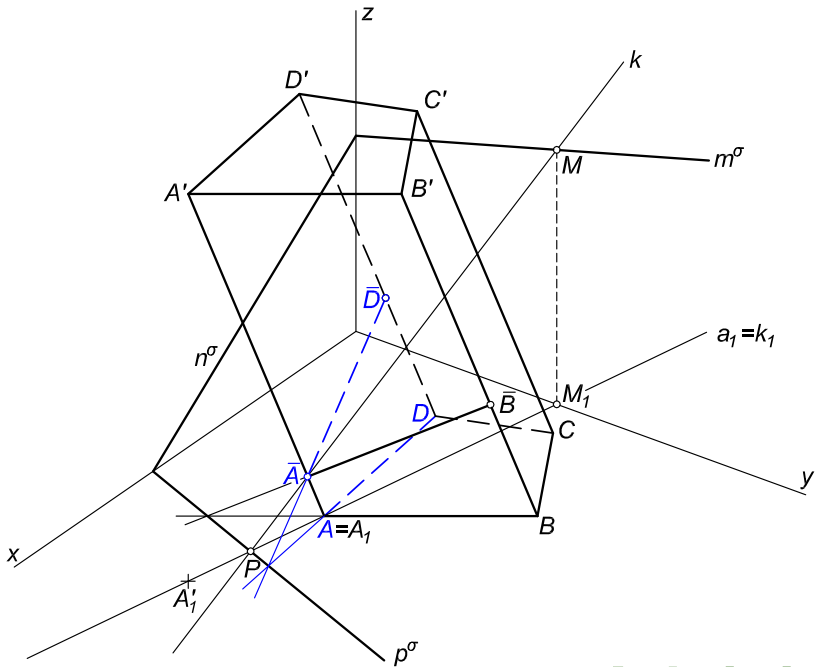


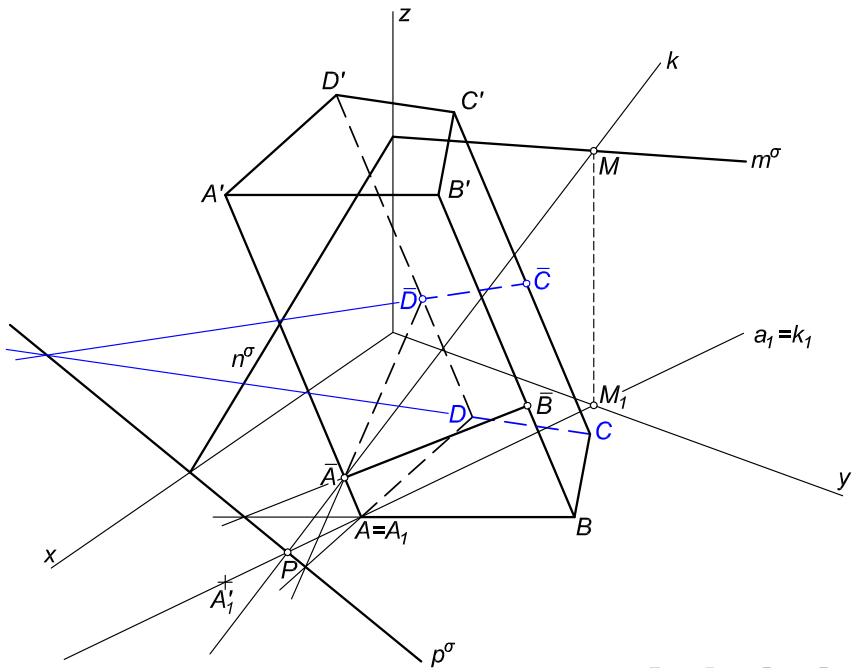


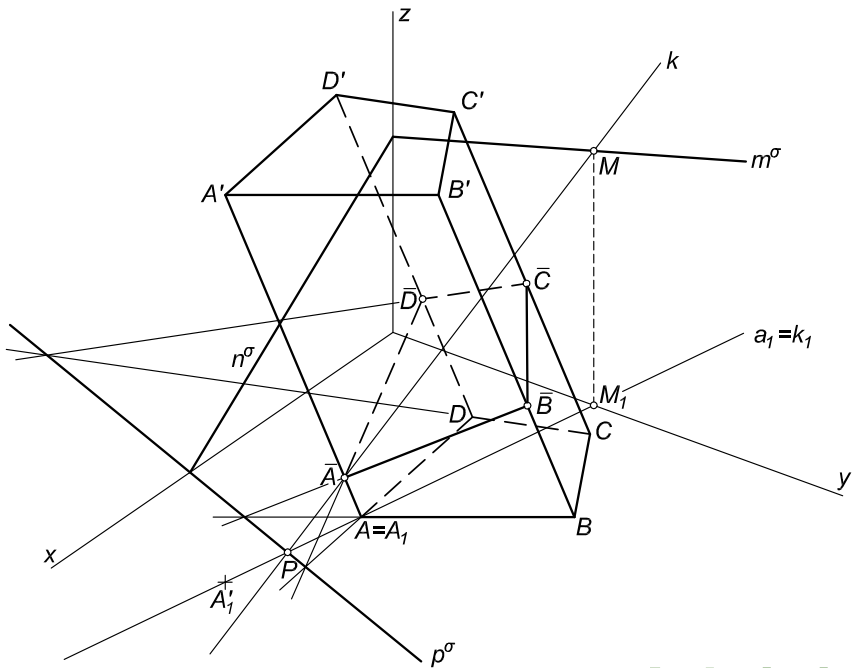


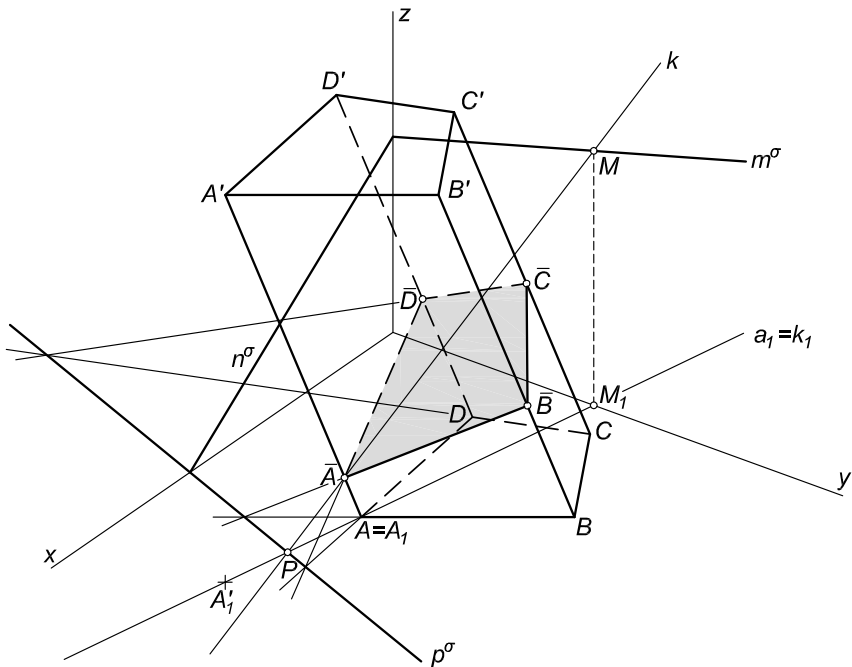












Průsečíky přímky s tělesem

Přímka protíná povrch tělesa v bodech, které budeme nazývat **průsečíky přímky s tělesem**. Počet průsečíků závisí na vzájemné poloze přímky a tělesa.

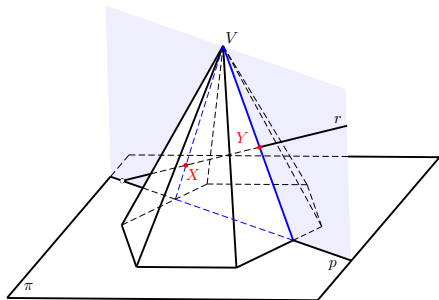
Základní myšlenka pro konstrukci průsečíků přímky s tělesem je následující:

- sestrojíme řez tělesa pomocnou rovinou, která obsahuje danou přímku,
- pak společné body obvodu řezu a přímky jsou hledané průsečíky přímky s tělesem.

Pomocnou rovinu vždy volíme tak, aby řez byl co nejjednodušší.

Průsečíky přímky s jehlanem a kuželem

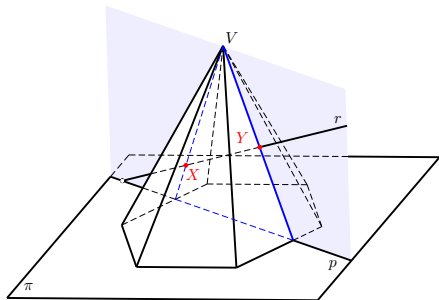
Průsečík přímky r s kuželem a jehlanem určujeme pomocí řezu **vrcholovou rovinou**, která prochází přímkou r .



- Hledáme body X , Y , ve kterých přímka r protne jehlan.
- Použijeme vrcholovou rovinu určenou přímkou r a bodem V .
- Řez jehlanu touto rovinou bude trojúhelník s jedním vrcholem V (modrý \triangle).

Průsečíky přímky s jehlanem a kuželem

Průsečík přímky r s kuželem a jehlanem určujeme pomocí řezu **vrcholovou rovinou**, která prochází přímkou r .



- Řez v podstavě určíme pomocí přímky p - průsečnice roviny podstavy s vrcholovou rovinou.
- Body, kde p protíná podstavu, spojíme s vrcholem V a máme řez (modrý \triangle).
- Průsečíky řezu s přímkou r jsou hledané body X , Y .

Příklad (Průsečíky přímky s jehlanem)

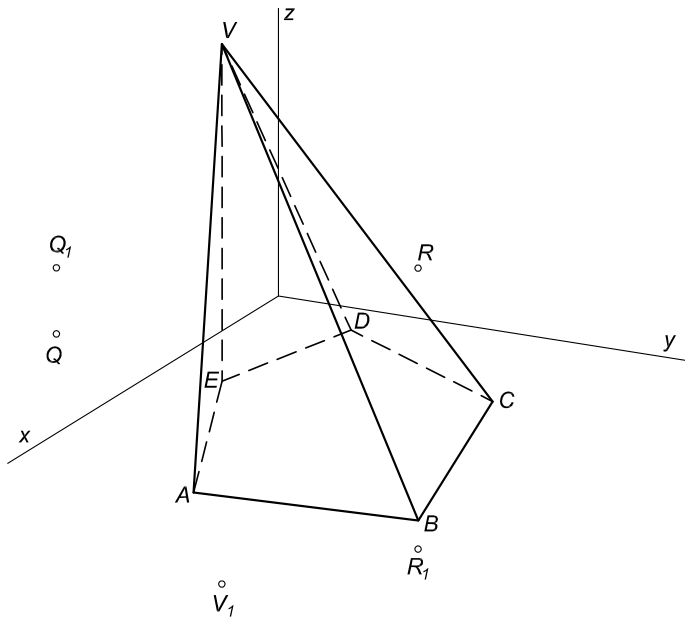
Určete průsečík přímky \overleftrightarrow{QR} s daným jehlanem, jehož podstava leží v půdorysně.

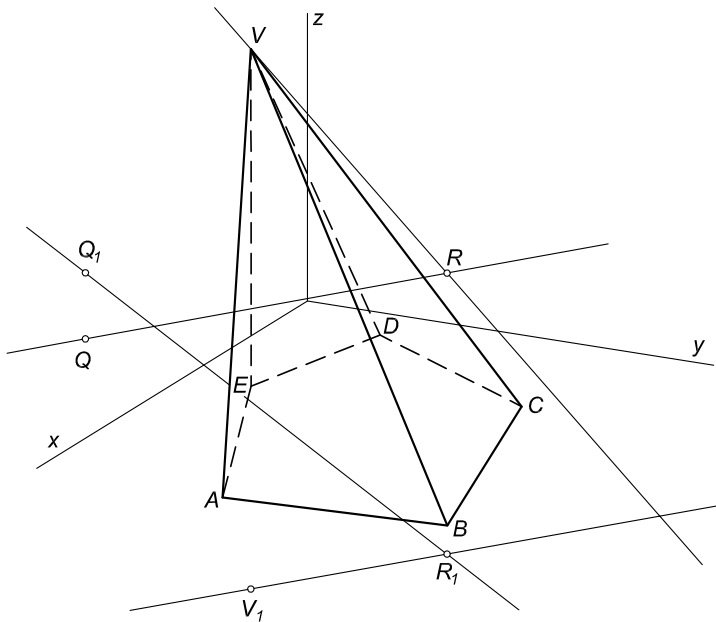
Příklad (Průsečíky přímky s jehlanem)

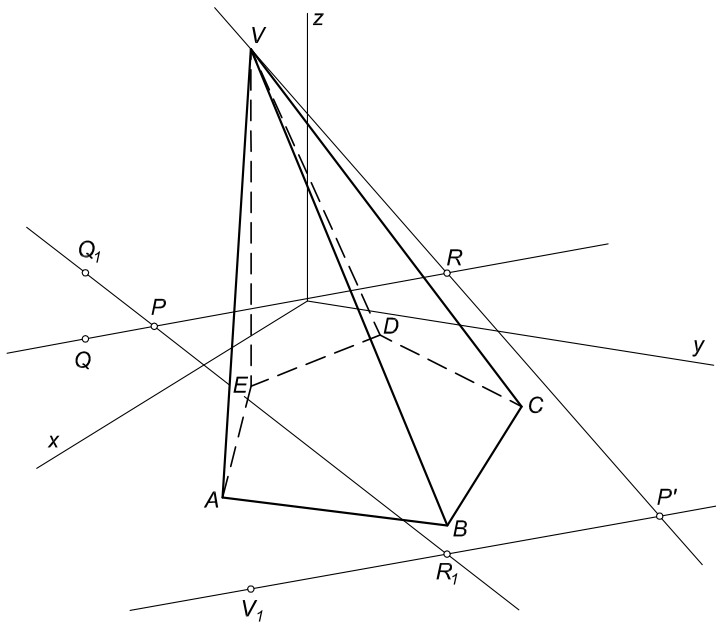
Určete průsečík přímky \overleftrightarrow{QR} s daným jehlanem, jehož podstava leží v půdorysně.

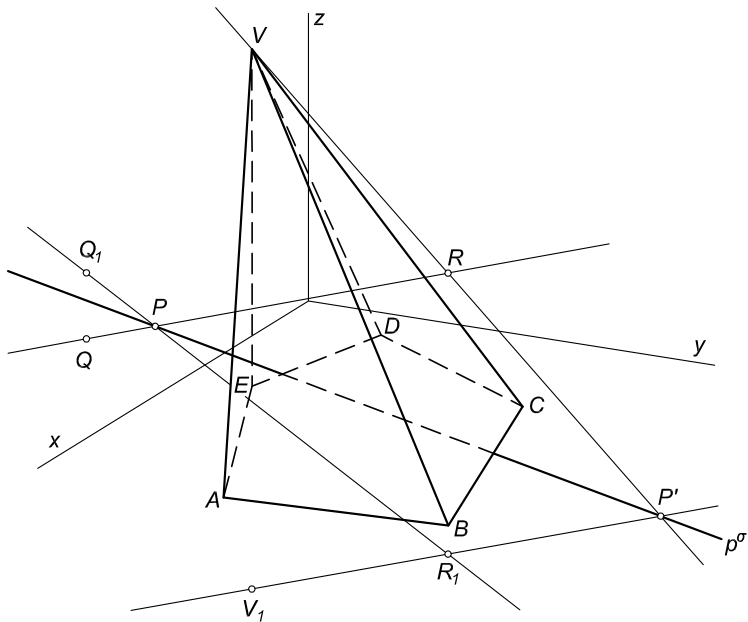
Řešení

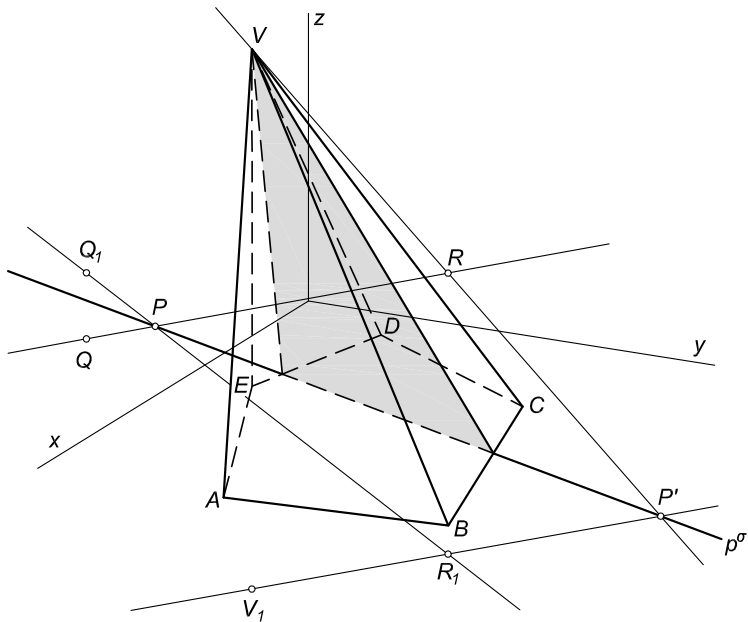
- 1 Přímkou \overleftrightarrow{QR} proložíme vrcholovou rovinu; tato rovina bude určena třemi body V, Q, R .
- 2 Sestrojíme řez jehlanu touto vrcholovou rovinou. Řezem bude trojúhelník, jehož jeden vrchol bude bod V .
- 3 Protože podstava jehlanu leží v půdorysně, průsečnice vrcholové roviny s podstavou leží na půdorysné stopě roviny \overleftrightarrow{VQR} .
- 4 Body X, Y průniku přímky \overleftrightarrow{QR} s jehlanem najdeme jako průsečíky přímky \overleftrightarrow{QR} s řezem jehlanu vrcholovou rovinou.

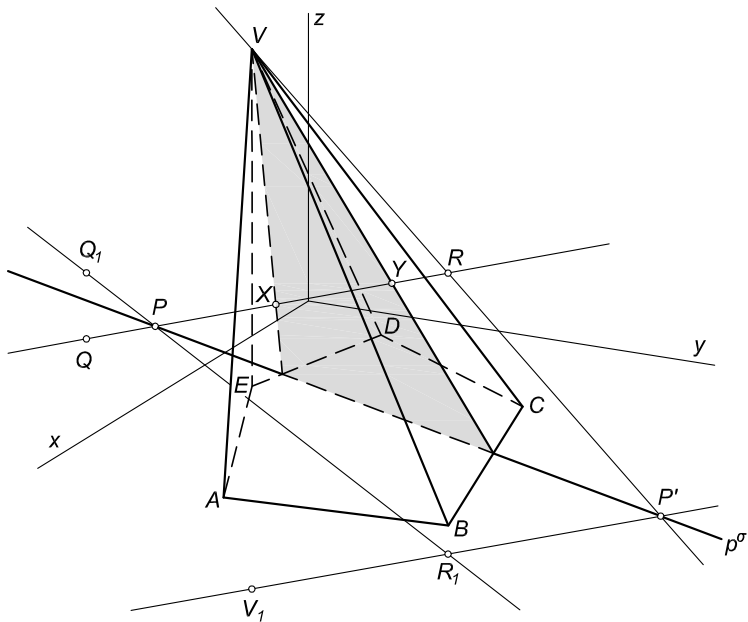






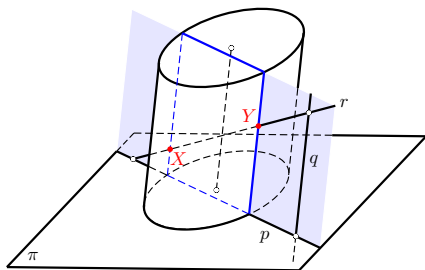






Průsečíky přímky s válcem a hranolem

Průsečík přímky r s válcem a hranolem určujeme pomocí řezu **směrovou rovinou**, která prochází přímkou r .



- Hledáme body X, Y , ve kterých přímka r protne válec.
- Použijeme směrovou rovinu určenou přímkou r a a rovnoběžnou s osou válce.
- K určení takové roviny využijeme přímkou q : ta protíná r a je rovnoběžná s osou válce.
- Řez jehlanu touto rovinou bude rovnoběžník (modrý).

