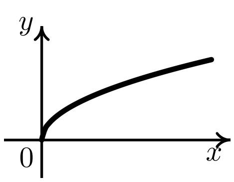
Transformace grafu funkce $y = f(x)$

1 Transformace ve směru osy x

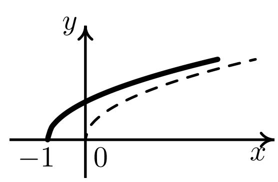
$$y = f(x+a) \tag{1}$$
$$y = f(-x) \tag{2}$$
$$y = f(-x+a) \tag{3}$$

V (1) se jedná o posunutí podél osy x, ve (2) se jedná o osovou souměrnost s osou souměrnosti y (překlopení přes osu y) a ve (3) se jedná o složení těchto transformací při zachovaném pořadí (**nejdříve posunutí, pak překlopení**). Operace s argumentem tedy vždy znamená "pohyb podél osy x". Uvedené transformace mají vliv na vertikální asymptoty (týká se to např. racionální lomené funkce a logaritmické funkce)!!!

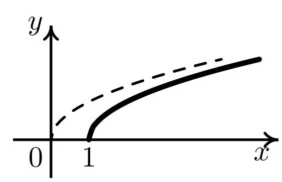
Příklad:



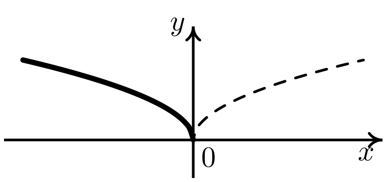
$\boxed{y = \sqrt{x}}$



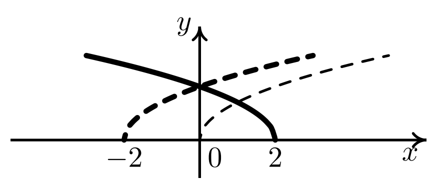
$\boxed{y = \sqrt{x+1}}$



$\boxed{y = \sqrt{x-1}}$



$\boxed{y = \sqrt{-x}}$



$\boxed{y = \sqrt{-x+2}}$

Analogicky bychom kreslili grafy funkcí:

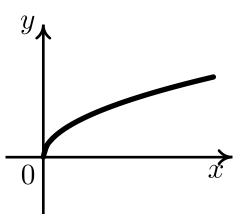
	$\longleftarrow$	$\longrightarrow$	překlopení přes osu y	$\longleftarrow$ překlopení přes osu y
$y = x^3$	$y = (x+1)^3$	$y = (x-1)^3$	$y = (-x)^3$	$y = (-x+2)^3$
$y = \dfrac{1}{x}$	$y = \dfrac{1}{x+1}$	$y = \dfrac{1}{x-1}$	$y = \dfrac{1}{-x}$	$y = \dfrac{1}{-x+2}$
$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$	$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}$	$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$	$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x}$	$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x+2}$
$y = \ln x$	$y = \ln(x+1)$	$y = \ln(x-1)$	$y = \ln(-x)$	$y = \ln(-x+2)$

2 Transformace ve směru osy y

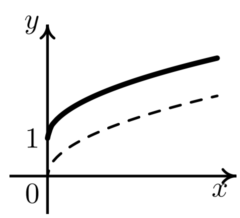
$$y = f(x) + b \tag{4}$$
$$y = -f(x) \tag{5}$$
$$y = -f(x) + b \tag{6}$$

V (5) se jedná o osovou souměrnost s osou souměrnosti x (překlopení přes osu x), v (4) se jedná o posunutí podél osy y a v (6) se jedná o složení těchto transformací při zachovaném pořadí (**nejdříve překlopení, pak posunutí**). Operace s funkční hodnotou tedy vždy znamená "pohyb podél osy y". Uvedené transformace mají vliv na horizontální asymptoty (týká se to např. racionální lomené funkce a exponenciální funkce)!!!

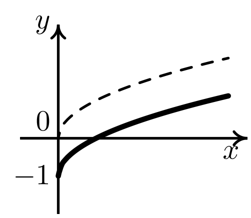
Příklad:



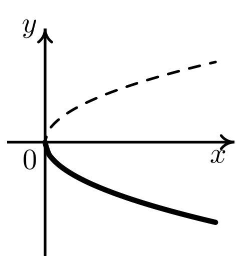
$\boxed{y = \sqrt{x}}$



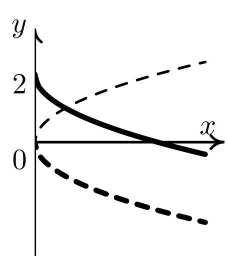
$\boxed{y = \sqrt{x} + 1}$



$\boxed{y = \sqrt{x} - 1}$



$\boxed{y = -\sqrt{x}}$



$\boxed{y = -\sqrt{x} + 2}$

Analogicky bychom kreslili grafy funkcí:

	$\uparrow$	$\downarrow$	překlopení přes osu x	překlopení přes osu x $\uparrow$
$y = x^2$	$y = x^2 + 1$	$y = x^2 - 1$	$y = -x^2$	$y = -x^2 + 2$
$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{1}{x} + 1$	$y = \frac{1}{x} - 1$	$y = -\frac{1}{x}$	$y = -\frac{1}{x} + 2$
$y = \mathrm{e}^x$	$y = \mathrm{e}^x + 1$	$y = \mathrm{e}^x - 1$	$y = -\mathrm{e}^x$	$y = -\mathrm{e}^x + 2$
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x + 1$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x - 1$	$y = -\log_{\frac{1}{2}} x$	$y = -\log_{\frac{1}{2}} x + 2$

3 Transformace ve směru obou os

$$y = \pm f\,(\pm\, x + a) + b \tag{7}$$

Zvlášť řešíme operaci s argumentem (červená barva) jako v odstavci 1 a zvlášť řešíme operaci s funkční hodnotou (modrá barva) jako v odstavci 2. Doporučené pořadí jednotlivých transformací (pokud jsou vzhledem k funkčnímu předpisu zapotřebí) může například být:

1) posunutí podél osy x ($+a$)

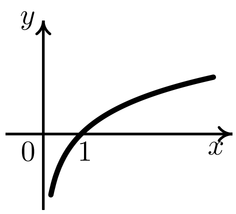
2) překlopení přes osu y ($\pm\, x$)

3) překlopení přes osu x ($\pm f$)

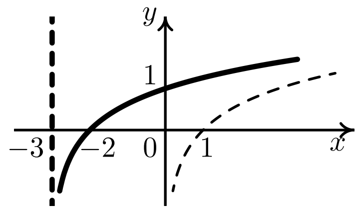
4) posunutí podél osy y ($+b$)

Další možné pořadí vedoucí ke správnému grafu může být 3) - 4) - 1) - 2).

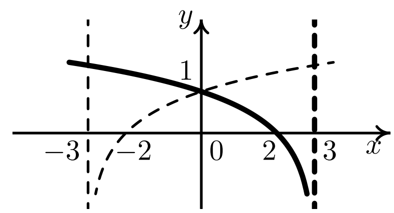
Příklad: $y = -\log_3(-x+3) - 1$



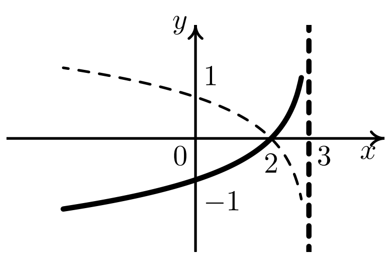
$y = \log_3 x$



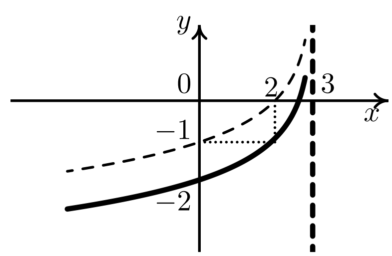
$y = \log_3(x+3)$



$y = \log_3(-x+3)$



$y = -\log_3(-x+3)$



$y = -\log_3(-x+3) - 1$

Výchozí funkcí je funkce

$$y = \log_3(x),$$

která má asymptotu splývající s osou y a která prochází bodem $[1, 0]$.

Popis jednotlivých kroků:

1. Posun o 3 jednotky doleva - nejdříve posuneme asymptotu a bod $[1, 0]$ přejde v bod $[-2, 0]$.

2. Osová souměrnost podle osy y - nejdříve v osové souměrnosti zakreslíme asymptotu a bod $[-2, 0]$ přejde v bod $[2, 0]$. Průsečík s osou y dostáváme jako $\log_3(0+3) = \log_3 3 = 1$.

3. Osová souměrnost podle osy x - ani asymptota ani bod $[2, 0]$ se v dané osové souměrnosti nemění.

4. Posun o 1 jednotku dolů - asymptota se nemění a bod $[2, 0]$ přejde v bod $[2, -1]$.