

Soubor úloh k semestrální práci

(ke splnění semestrální práce je třeba správně vypočítat alespoň 16 ze zadaných 30 úloh – doporučuji, aby to byly především úlohy označené hvězdičkou, protože ty budou součástí zkouškového testu)

- 1) *Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{-x} + \sqrt{4-x^2}$.
- 2) *Načrtněte graf funkce $y = \sin(x - \pi) + 1$ a popište její vlastnosti (celkem 5 probíraných).
- 3) *Zisk firmy je možné vyjádřit funkcí $Z = \text{celkový příjem} - \text{celkové náklady}$.

Určete pro konkrétní funkci $Z = -Q^2 + 30 \cdot Q - 125$ interval počtu výrobků Q , pro něž je zisk Z kladný.

- 4) Vypočtěte pomocí L'Hospitalova pravidla limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{\sin 2x}$.
- 5) *Vypočtěte derivaci funkce $y = \ln \sqrt{x + 4x^2}$.
- 6) *Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ a načrtněte její graf.
- 7) *Funkce celkových nákladů má tvar $TC = 2Q^3 - 12Q^2 - 72Q + 450$.
Určete množství Q , při kterém podnik minimalizuje náklady.

- 8) Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10}$.

- 9) *Napište Lagrangeův interpolační polynom, procházející danými body:

$$\begin{array}{ccccc} x & 1 & 2 & 3 \\ f(x) & -1 & 1 & 2 \end{array}$$

- 10) *Metodou nejmenších čtverců proložte přímkou danými body a načrtněte obrázek.

$$(-7,6), (-4,4), (-3,3), (-1,2), (0,2), (2,1), (5,-1)$$

- 11) Určete matici X tak, aby platilo $X - AB = 3B$, jestliže $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

- 12) *Řešte soustavu lineárních rovnic a proveďte diskusi počtu řešení

$$2x - y - z = 4$$

$$3x + 4y - 2z = 11$$

$$3x - 2y + 4z = 11$$

$$x - 2y + 3z - 4t = 4$$

- 13) Určete řešení soustavy $\begin{array}{l} y - z + t = -3 \\ x + 3y - 3t = 1 \\ 7y - 3z - t = 3 \end{array}$ a proveďte diskusi počtu řešení

- 14) Vypočtěte neurčitý integrál $\int \frac{2x^3 + x + 1}{x + 3} dx$.

- 15) Substitucí $t^2 = x$ vypočtěte neurčitý integrál $\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} dx$.

- 16) Vypočtěte určitý integrál $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$.

- 17) *Vypočtěte obsah plochy, ohraničené křivkami $y = \frac{2}{x}$, $2x + 3y + 8 = 0$.

- 18) *Mezní náklady MC jsou určeny vztahem $MC = 3Q^2 - 6Q + 3$ a fixní náklady jsou $FC = 15$.

Určete celkové náklady TC pro množství produkce $Q = 4$.

Nápověda: platí $TC' = MC$ a tedy $TC = \int MC \cdot dQ + C$, kde $C = FC$ (tj. FC jsou náklady při produkci $Q=0$).

- 19) Pro statistický soubor: 3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6,7,7,7,7,8,8
- proveďte jeho prosté třídění a sestavte tabulku rozdělení četnosti (absolutní, relativní i kumulativní),
 - určete variační interval a variační rozpětí souboru,
 - dvěma způsoby soubor graficky znázorněte (možno využít tabulkový editor Excel).
- 20) *Pro soubor z úlohy 19 vypočítejte aritmetický a harmonický průměr a určete modus a medián.
- 21) *Pro soubor z úlohy 19 vypočítejte rozptyl a směrodatnou odchylku.

Statistické výpočty v následujících úlohách provádějte pokud možno v Excelu.

- 22) Proveďte intervalové třídění souboru 131,135,126,117,124,122,137,127,104,116,137,123,130,126,101, 124, 112,125,131,128,106,113,138,129,134 a sestavte tabulku rozdělení četnosti. Dále vypočítejte aritmetický průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku tohoto souboru.
- 23) V průběhu jednoho roku byla čtyřikrát provedena inventarizace skladových zásob.
K prvnímu lednu byla zjištěna výše zásob v hodnotě 505 tis. Kč,
při druhé inventarizaci, která proběhla 21.5., byly zjištěny zásoby v hodnotě 608 tis. Kč,
při třetí, která proběhla 2.10., byly zjištěny zásoby v hodnotě 925 tis. Kč,
při čtvrté, která proběhla 30.12., byly zjištěny zásoby v hodnotě 456 tis. Kč.
Pomocí chronologického průměru (nestejně dlouhé intervaly) určete průměrný stav zásob ve sledovaném roce (pro jednoduchost počítejte, že každý měsíc má 30 dní, tj. rok má 360 dní).
- 24) *Určete průměrný roční koeficient růstu v procentech, tj. průměrné tempo růstu měsíčních nominálních mezd pracovníků v určitém odvětví v letech 2005-2011, jestliže průměrná mzda v jednotlivých letech byla: 17 254, 18 346, 19 957, 21 692, 22 344, 23 464, 24 566.
- 25) *Počet zaměstnanců rozvíjející se firmy vždy v lednu v šesti po sobě následujících letech byl: 7, 16, 32, 75, 130, 148. Určete chronologický průměr stavu počtu zaměstnanců během uvedených šesti let.
- 26) Pro soubor z úlohy 25 určete následující charakteristiky vývoje časové řady: absolutní přírůstek, koeficient růstu, průměrný roční absolutní přírůstek a průměrný roční koeficient růstu.
- 27) *Metodou klouzavých průměrů proveďte mechanické vyrovnaní časové řady vyjadřující „Nominální mzdu v podnikatelské sféře v ČR za období 2002-2005“. Data najdete [www stránce Českého statistického úřadu: https://www.czso.cz/csu/czso/pmz_cr](https://www.czso.cz/csu/czso/pmz_cr) (první hodnota je 14 197) v tabulce Tab. Průměrná hrubá měsíční mzda - na přepočtené počty (je to sloupec E, čtvrtletní údaje). Použijte délku klouzavého průměru 3 nebo 4 (podle toho, zda časová řada (ne)vykazuje pravidelné čtvrtletní cykly) a graficky znázorněte původní řadu a řadu klouzavých průměrů.
- 28) Metodou nejmenších čtverců proveďte analytické vyrovnaní časové řady z úlohy 27 přímkou a načrtněte obrázek. Proveďte prognózu pro první čtvrtletí roku 2006 a porovnejte ji se skutečností.

- 29) Vyšetřete průběh funkce a načrtněte její graf $y = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}$.

- 30) Vypočtěte neurčitý integrál $\int \frac{3x-2}{x(x^2+1)} dx$.