

Soubor úloh k semestrální práci

(ke splnění semestrální práce je třeba správně vypočítat alespoň 16 ze zadaných 30 úloh – doporučuji, aby to byly především úlohy označené hvězdičkou, protože ty budou součástí zkouškového testu)

- 1) *Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.
- 2) *Načrtněte graf funkce $y = 1 + (x-2)^3$ a popište její vlastnosti (celkem 5 probíraných).
- 3) *Denní poptávka Q po zboží je 60 tis. kusů při ceně $P=12,5$ dolarů za kus. Pokud cena za kus vzroste na 15 dolarů, poptávka klesne na 50 tis.kusů. Určete lineární funkci $P = a \cdot Q + b$, vyjadřující vztah poptávky a ceny.
- 4) Vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 1}{2x - 4}$.
- 5) *Vypočtete derivaci funkce $y = e^{1-\sqrt{1-x^2}}$.
- 6) *Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 27$ a načrtněte její graf.
- 7) * Produkční funkce $Q = 25L + 12L^2 - \frac{L^3}{3}$ (Q je velikost produkce, L je počet pracovníků). Určete při kolika pracovnících bude celkový produkt maximální.
- 8) Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce $y = \frac{x^2}{2-x}$.
- 9) *Napište Lagrangeův interpolační polynom, procházející danými body:

x	-1	0	1
$f(x)$	4	5	10
- 10) *Metodou nejmenších čtverců proložte přímkou danými body a načrtněte obrázek.

$(-1,3), (0,3), (1,1), (2,0), (3,0)$
- 11) Určete matici X tak, aby platilo $X - B = 2AB$, jestliže $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.
- 12) *Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 3x - 3y + 2z &= 2 \\ 4x - 5y + 2z &= 1 \\ 5x - 6y + 4z &= 3 \end{aligned}$$
- 13) Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 15 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= 5 \\ 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 &= -9 \end{aligned}$$
- 14) Vypočtete neurčitý integrál racionální lomené funkce $\int \frac{6x^3 + x^2 - x + 1}{2x + 1} dx$.
- 15) Metodou per partes vypočtete neurčitý integrál $\int (x+1) \cdot \ln x \, dx$.
- 16) *Vypočtete obsah plochy, ohraničené křivkami $y = x - 2$, $y = -x^2$.
- 17) Vypočtete určitý integrál $\int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- 18) *Firma vyrábí motory. Mezní náklady v dolarech MC jsou určeny vztahem $MC = 100 - \frac{Q}{5}$, kde Q je počet motorů vyrobených za den. Určete o kolik se zvýší náklady TC při zvýšení denní produkce z 60 na 80 motorů. Náповěda: platí $TC' = MC$ a tedy $TC = \int MC \cdot dQ$, proto $TC(b) - TC(a) = \int_a^b MC \cdot dQ$
- 19) Pro statistický soubor: 1,1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6,7,7,7,7,8,8,8,9
- proveďte jeho prosté třídění a sestavte tabulku rozdělení četnosti (absolutní, relativní i kumulativní),
 - určete variační interval a variační rozpětí souboru,
 - dvěma způsoby soubor graficky znázorněte (možno využít tabulkový editor Excel).
- 20) *Pro soubor z úlohy 19 vypočítejte aritmetický a harmonický průměr a určete modus a medián.
- 21) *Pro soubor z úlohy 19 vypočítejte rozptyl a směrodatnou odchylku.

Statistické výpočty v následujících úlohách provádějte pokud možno v Excelu

- 22) Proveďte intervalové třídění souboru 705,704,706,714,714,715,714,712,723,729,729,723,733,735, 751,734,739,741,743,742,746,748,746,743,745 a sestavte tabulku rozdělení četnosti. Dále vypočítejte aritmetický průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku tohoto souboru.
- 23) V průběhu jednoho roku byla čtyřikrát provedena inventarizace skladových zásob.
K prvnímu lednu byla zjištěna výše zásob v hodnotě 321 tis. Kč,
při druhé inventarizaci, která proběhla 4.4., byly zjištěny zásoby v hodnotě 525 tis. Kč,
při třetí, která proběhla 1.10., byly zjištěny zásoby v hodnotě 453 tis. Kč,
při čtvrté, která proběhla 30.12., byly zjištěny zásoby v hodnotě 426 tis. Kč.
Pomocí chronologického průměru (nestejně dlouhé intervaly) určete průměrný stav zásob ve sledovaném roce (pro jednoduchost počítejte, že každý měsíc má 30 dní, tj. rok má 360 dní).
- 24) *Určete průměrný roční koeficient růstu v procentech, tj. průměrné tempo růstu měsíčních nominálních mezd pracovníků v určitém odvětví v letech 2005-2011, jestliže průměrná mzda v jednotlivých letech byla: 18 844, 19 746, 20 925, 22 392, 23 644, 23 964, 24 636.
- 25) *Počet zaměstnanců rozvíjející se firmy vždy v lednu v šesti po sobě následujících letech byl: 10,17,32, 36,44, 73. Určete chronologický průměr stavu počtu zaměstnanců během uvedených šesti let.
- 26) Pro soubor z úlohy 25 určete následující charakteristiky vývoje časové řady : absolutní přírůstek, koeficient růstu, průměrný roční absolutní přírůstek a průměrný roční koeficient růstu.
- 27) *Metodou klouzavých průměrů proveďte mechanické vyrovnaní časové řady vyjadřující „Výdaje domácností na konečnou spotřebu za období 2000-2005“. Data najdete [www stránce Českého statistického úřadu: https://www.czso.cz/csu/czso/hdp_cr](http://www.czso.cz/csu/czso/hdp_cr) (první hodnota je 276 541) v tabulce Tab_V - Výdaje na hrubý domácí produkt (je to sloupec E, čtvrtletní údaje).
Použijte délku klouzavého průměru 3 nebo 4 (podle toho, zda časová řada (ne)vykazuje pravidelné čtvrtletní cykly) a graficky znázorněte původní řadu a řadu klouzavých průměrů.
- 28) Metodou nejmenších čtverců proveďte analytické vyrovnaní časové řady z úlohy 27 přímkou a načrtněte obrázek. Proveďte prognózu pro první čtvrtletí roku 2006 a porovnejte ji se skutečností.

- 29) Vyšetřete průběh funkce a načrtněte její graf $y = \frac{1}{x \cdot e^{x+1}}$.

- 30) Vypočtete neurčitý integrál $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$.