

Zadání assignmentu z matematiky

A) Vysvětlete pojem asymptoty funkce a popište postup při jejím vyšetřování.

B) Soubor úloh (nutnou podmínkou splnění semestrální práce je správný výpočet alespoň 16 ze zadaných 30 úloh).

- 1) Určete definiční obor funkce $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.
- 2) Načrtněte graf funkce $y = 1 + (x-2)^3$ a určete průsečíky s osami.
- 3) Rozložte v reálném oboru polynom na součin kořenových činitelů $P(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$.
- 4) Vypočtěte limitu $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 4x - 6}{x^2 - 9}$.
- 5) Vypočtěte limitu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 1}{2x - 4}$.
- 6) Vypočtěte pomocí L'Hospitalova pravidla limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x + x \cos x}$.
- 7) Vypočtěte derivaci funkce $y = \frac{\ln x - \sqrt[3]{x}}{2\sqrt{x}}$.
- 8) Vypočtěte derivaci funkce $y = e^{1-\sqrt{1-x^2}}$.
- 9) Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémů funkce $y = \frac{x^2}{2-x}$.
- 10) Vyšetřete intervaly konvexity a konkávity a inflexní body funkce $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 11) Určete asymptoty grafu funkce $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x}$.
- 12) Vyšetřete průběh funkce a načrtněte její graf $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 27$.
- 13) Vyšetřete průběh funkce a načrtněte její graf $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$.
- 14) Určete přibližné řešení rovnice $x^3 - 2x^2 + 3x - 7 = 0$ s přesností s přesností 0.07
- 15) Vyjádřete danou funkci pomocí Taylorova polynomu stupně n v okolí bodu x_0 .

$$y = \sqrt{2x+1}, \quad x_0 = 0, \quad n = 3$$

- 16) Napište Lagrangeův interpolační polynom, procházející danými body :
- | | | | |
|--------|----|---|----|
| x | -1 | 0 | 1 |
| $f(x)$ | 4 | 5 | 10 |

- 17) Metodou nejmenších čtverců proložte přímku danými body a načrtněte obrázek.

$$(-1,3), (0,3), (1,1), (2,0), (3,0)$$

- 18) Určete hodnotu determinantu dvěma způsoby rozvojem podle dvou různých řad.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

19) Určete matici X tak, aby platilo $X - B = 2AB$, jestliže $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

20) Určete hodnotu matice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 8 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & -5 & -2 \\ 1 & 2 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

21) Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 3x - 3y + 2z &= 2 \\ 4x - 5y + 2z &= 1 \\ 5x - 6y + 4z &= 3 \end{aligned}$$

22) Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 15 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 &= 5 \\ 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 &= -9 \end{aligned}$$

23) Vypočtěte neurčitý integrál $\int \left(\frac{6x}{x^2 - 2} + \frac{x^2 - 4x}{x^3} \right) dx$.

24) Vypočtěte neurčitý integrál racionální lomené funkce $\int \frac{6x^3 + x^2 - x + 1}{2x + 1} dx$.

25) Metodou per partes vypočtěte neurčitý integrál $\int (x+1) \ln x \, dx$.

26) Substituční metodou vypočtěte neurčitý integrál $\int \frac{\sin x}{\sqrt{2 + \cos x}} dx$.

27) Vypočtěte obsah plochy, ohraničené křivkami $y = x - 2$, $y = -x^2$.

28) Vypočtěte určitý integrál $\int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

29) Vyšetřete průběh funkce a načrtněte její graf $y = \frac{1}{x \cdot e^{x+1}}$.

30) Vypočtěte neurčitý integrál $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$.