

## Soubor úloh k semestrální práci z Matematiky a statistiky

(ke splnění semestrální práce je třeba správně vypočítat alespoň 16 ze zadaných 30 úloh)

- 1) Určete definiční obor funkce  $y = \sqrt{3-x} + \ln(x^2 - 6x + 8)$ .
- 2) Načrtněte graf funkce  $y = \frac{1}{x+1} - 2$ .
- 3) Vypočtěte limitu  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{5x^3 + x^2 + 3}$ .
- 4) Vypočtěte pomocí L'Hospitalova pravidla limitu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)^2}{\cos x - 1}$ .
- 5) Vypočtěte derivaci funkce  $y = \frac{-2}{e^x} + \frac{3}{2\sqrt{x}}$ .
- 6) Vypočtěte derivaci funkce  $y = \sqrt{9 - \sin^2 x}$ .
- 7) Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce  $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$ .
- 8) Vyšetřete intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce  $y = \frac{10x}{(x+2)^2}$ .
- 9) Napište Lagrangeův interpolační polynom, procházející danými body.  

|        |    |    |    |
|--------|----|----|----|
| $x$    | -3 | -1 | 1  |
| $f(x)$ | 2  | 1  | -2 |
- 10) Metodou nejmenších čtverců proložte přímkou danými body a načrtněte obrázek.  
 $(-5, -2), (-4, -1), (-3, 1), (0, 3), (2, 4), (4, 5), (5, 5)$
- 11) Určete matici  $X$  tak, aby platilo  $X - AB + 3A = B$ , jestliže  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ .
- 12) Určete hodnotu matice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 3 & -1 \\ 6 & 1 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

- 13) Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2x + y + 5z &= 3 \\ y + 2z &= -1 \\ x + y + 3z &= 2 \end{aligned}$$

- 14) Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 - 2x_5 &= 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 9x_4 - x_5 &= 0 \\ 5x_1 - 4x_2 + 18x_3 + 25x_4 + 8x_5 &= 0 \\ -2x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 5x_5 &= 0 \end{aligned}$$

- 15) Vypočtěte neurčitý integrál  $\int 2\cot x dx - \int \frac{3x - x^2}{\sqrt{x}} dx$ .
- 16) Metodou per partes vypočtěte neurčitý integrál  $\int x \ln(x+1) dx$ .
- 17) Substituční metodou vypočtěte neurčitý integrál  $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$ .
- 18) Vypočtěte určitý integrál  $\int_1^4 \sqrt{x} + \frac{2}{x} dx$ .

- 19) Vypočítejte obsah plochy, ohraničené křivkami  $y = x^2 - 4x + 3$ ,  $y = x - 3$ .
- 20) Vypočítejte objem tělesa, které vznikne rotací křivky  $y = \sqrt{\frac{1 + \ln x}{x \ln x}}$  kolem osy  $x$  pro  $x \in \langle e, e^2 \rangle$ .
- 21) Pro statistický soubor : 2,3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6,7,7,7,8,8,9
- proveďte jeho prosté třídění a sestavte tabulku rozdělení četnosti (absolutní, relativní i kumulativní),
  - určete variační interval a variační rozpětí souboru,
  - dvěma způsoby soubor graficky znázorněte (možno využít tabulkový editor Excel).
- 22) Pro soubor z úlohy 21 vypočítejte aritmetický a harmonický průměr a určete modus a medián.
- 23) Pro soubor z úlohy 21 vypočítejte rozptyl a směrodatnou odchylku.
- 24) Proveďte intervalové třídění souboru 652,651,657,654,658,653,662,667,664,668,669,663,674,678, 673,675,673,683,684,682,687,688,689,693,692 a sestavte tabulku rozdělení četnosti. Dále vypočítejte aritmetický průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku tohoto souboru.
- 25) V průběhu jednoho roku byla čtyřikrát provedena inventarizace skladových zásob.  
K prvnímu lednu byla zjištěna výše zásob v hodnotě 535 tis. Kč,  
při druhé inventarizaci, která proběhla 25.4., byly zjištěny zásoby v hodnotě 682 tis. Kč,  
při třetí, která proběhla 28.10., byly zjištěny zásoby v hodnotě 925 tis. Kč,  
při čtvrté, která proběhla 30.12., byly zjištěny zásoby v hodnotě 796 tis. Kč.  
Pomocí chronologického průměru (nestejně dlouhé intervaly) určete průměrný stav zásob ve sledovaném roce (pro jednoduchost počítejte, že každý měsíc má 30 dní, tj. rok má 360 dní).
- 26) Určete průměrné tempo růstu měsíčních nominálních mezd pracovníků v určitém odvětví v letech 2005-2011, jestliže průměrná mzda v jednotlivých letech byla : 18 575, 19 235, 20 658, 22 651, 23 225, 23 598, 24 265.
- 27) Počet zaměstnanců rozvíjející se firmy vždy v lednu v šesti po sobě následujících letech byl : 5,12,18, 45,61,80. Určete chronologický průměr stavu počtu zaměstnanců během uvedených šesti let.
- 28) Pro soubor z úlohy 27 určete následující charakteristiky vývoje časové řady : absolutní přírůstek, koeficient růstu, průměrný roční absolutní přírůstek a průměrný roční koeficient růstu.
- 29) Metodou klouzavých průměrů proveďte mechanické vyrovňání časové řady vyjadřující „Dokončené byty v období 2002-2005“. Data najdete [www stránce Českého statistického úřadu](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/byt_cr) :
- [http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/byt\\_cr](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/byt_cr)
- v tabulce Tab. Bytová výstavba 1993 – 2008 (je to sloupec B, čtvrtletní údaje).  
Použijte délku klouzavého průměru 3 nebo 4 (podle toho, zda časová řada (ne)vykazuje pravidelné čtvrtletní cykly) a graficky znázorněte původní řadu a řadu klouzavých průměrů.
- 30) Metodou nejmenších čtverců proveďte analytické vyrovňání časové řady z úlohy 29 přímkou a načrtněte obrázek. Proveďte prognózu na rok 2006 a porovnejte ji se skutečností.