Příklad 1. Načrtněte graf funkce a určete její průsečíky s osami souřadnic $f: y = \frac{1}{x-1} + 3$.

Řešení : Graf funkce *f* vznikne posunutím grafu funkce $y = \frac{1}{x}$ o 1 jednotku doprava po ose *x* a o 3 jednotky nahoru po ose *y*.

Definiční obor funkce $f: y = \frac{1}{x-1} + 3$ je množina $D(f) = \mathbf{R}/\{1\}$.

Nejprve vypočítáme průsečíky s osami souřadnic.

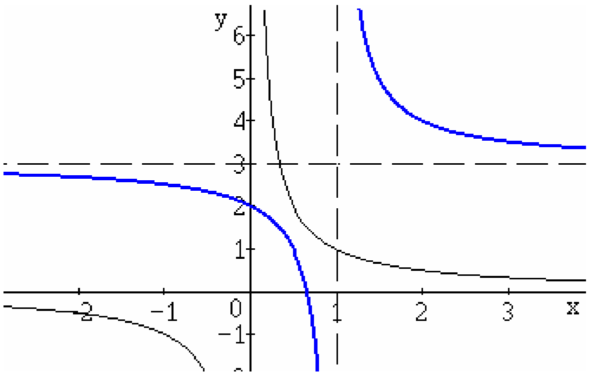
Průsečík s osou *x* je bod o souřadnicích $[x, 0]$. Určíme ho dosazením nuly za *y* do rovnice funkce :

$0 = \frac{1}{x-1} + 3 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$. Tedy průsečík s osou *x* je bod $P_x = \left[\frac{2}{3}, 0\right]$.

Průsečík s osou *y* je bod o souřadnicích $[0, y]$. Určíme ho dosazením nuly za *x* do rovnice funkce :

$y = \frac{1}{0-1} + 3 \Rightarrow y = 2$. Tedy průsečík s osou *y* je bod $P_y = [0, 2]$.

Graf funkce *f* :



Příklad 2. Načrtněte graf funkce a určete její průsečíky s osami souřadnic $g: y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$.

Řešení : Graf funkce *g* vznikne posunutím grafu funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ o 1 jednotku doprava po ose *x*, otočením kolem osy *x* a posunutím o 2 jednotky nahoru po ose *y*.

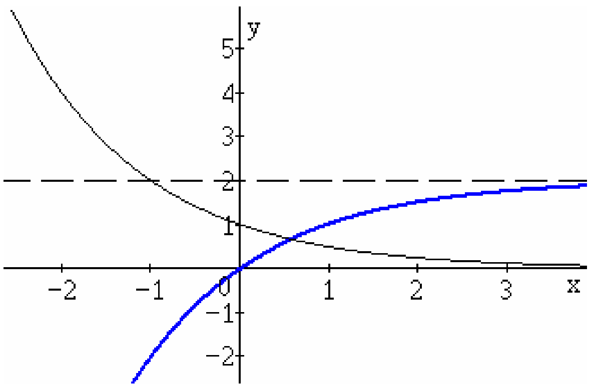
Definiční obor funkce $g: y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ je množina $D(g) = \mathbf{R}$.

Průsečík s osou *x* : $0 = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \Rightarrow 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \Rightarrow x = 0$.

Tedy průsečík s osou *x* je bod $P_x = [0, 0]$.

Tento bod je zároveň průsečík s osou *y* (vzhledem k monotónnosti funkce je to jediný průsečík).

Graf funkce *g* :



Poznámka : Pro přesnější kreslení grafů využíváme tzv. asymptoty. Jsou to přímky, ke kterým se graf funkce přibližuje. Například v poslední řešené úloze je to přímka $y = 2$.

Příklad 3. Načrtněte graf funkce a určete její průsečíky s osami souřadnic $h: y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

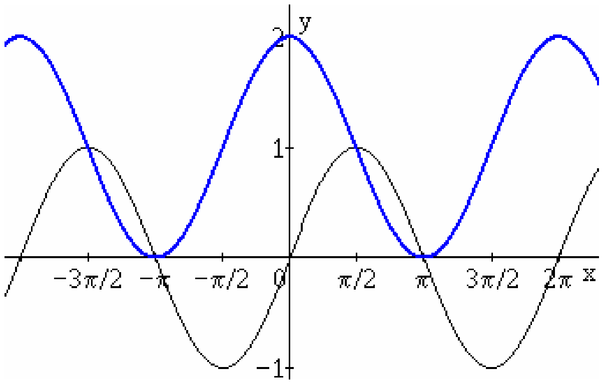
Řešení : Graf funkce *h* vznikne posunutím grafu funkce $y = \sin x$ o $\frac{\pi}{2}$ doleva po ose *x* a o 1 jednotku nahoru po ose *y*.

Definiční obor funkce *h* je množina $D(h) = \mathbf{R}$.

Průsečík s osou *x* : $0 = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = (2k+1)\cdot\pi,\ k \in \mathbf{Z}$. Tedy společných bodů s osou *x* je nekonečně mnoho a zapíšeme je ve tvaru $[(2k+1).\pi,\ 0],\ k \in \mathbf{Z}$.

Průsečík s osou *y* : $y = 1 + \sin\left(0 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y = 2$. Tedy průsečík s osou *y* je bod $P_y = [0, 2]$.

Graf funkce *h* :



Příklad 4. Načrtněte graf funkce a určete její průsečíky s osami souřadnic $k: y = 2 - \sqrt{x+1}$.

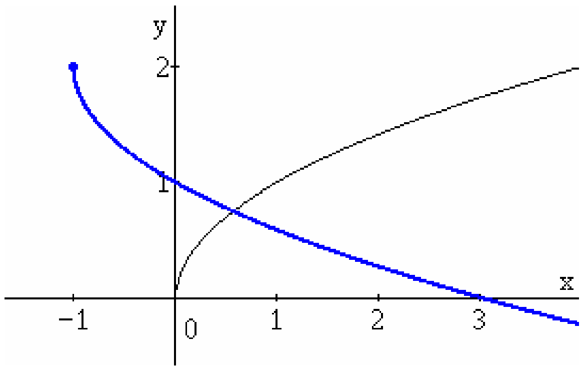
Řešení : Graf funkce *k* vznikne posunutím grafu funkce $y = \sqrt{x}$ o 1 jednotku doleva po ose *x*, otočením kolem osy *x* a posunutím o 2 jednotky nahoru po ose *y*.

Definiční obor funkce $k: y = 2 - \sqrt{x+1}$ je množina $D(k) = \langle -1, \infty)$.

Průsečík s osou *x* : $0 = 2 - \sqrt{x+1} \Rightarrow x = 3$. Tedy průsečík s osou *x* je bod $P_x = [3, 0]$.

Průsečík s osou *y* : $y = 2 - \sqrt{0+1} \Rightarrow y = 1$. Tedy průsečík s osou *y* je bod $P_y = [0, 1]$.

Graf funkce *k* :



Příklad 5. Načrtněte graf funkce a určete její průsečíky s osami souřadnic $l: y=\log_{0,5}(1-x)-2$.

Řešení : Graf funkce l dostaneme posunutím funkce $y=\log_{0,5}(x)$ o 1 jednotku doleva (tak dostaneme graf funkce $\log_{0,5}(1+x)$), překlopením kolem osy y (tím dostaneme graf funkce $\log_{0,5}(1-x)$) a posunem o 2 jednotky dolů po ose y.

Definiční obor funkce l je množina $D(l)=(-\infty, 1)$.

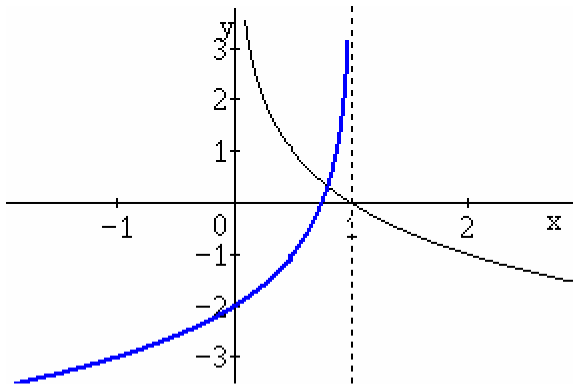
Průsečík s osou x : $0=\log_{0,5}(1-x)-2 \Rightarrow 2=\log_{0,5}(1-x) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2=1-x \Rightarrow x=1-\frac{1}{4} \Rightarrow x=\frac{3}{4}$.

Tedy průsečík s osou x je bod $P_x=\left[\frac{3}{4}, 0\right]$.

Průsečík s osou y dostaneme řešením rovnice : $y=\log_{0,5}(1-0)-2 \Rightarrow y=-2$.

Tedy průsečík s osou y je bod $P_y=[0, -2]$.

Graf funkce l :



Jiný postup kreslení grafu : Funkci l upravíme na tvar $l: y=\log_{0,5}[-(x-1)]-2$. Výsledný graf pak dostaneme posunutím funkce $y=\log_{0,5}(x)$ o 1 jednotku doprava (tak dostaneme graf funkce $\log_{0,5}(x-1)$), překlopením kolem osy y (tím dostaneme graf funkce $\log_{0,5}[-(x-1)]$) a posunem o 2 jednotky dolů po ose y.