

## I. Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami

- |     |   |  |
|-----|---|--|
| 1.  | $y = \frac{1}{x}$ , $x = 1$ , $x = 3$                         | $\ln 3$                                  |
| 2.  | $y = 1 - (x + 2)^2$ , $y = 1$ , osou $y$                      | $\frac{8}{3}$                            |
| 3.  | $y = x^2 - 2x$ , $y = x - 2$                                  | $\frac{1}{6}$                            |
| 4.  | $y = x^3$ , $y^2 = x$   | $\frac{5}{12}$                           |
| 5.  | $y = \sqrt{x+1}$ , $x + y + 1 = 0$ , $x = 2$                  | $2\sqrt{3} + \frac{9}{2}$                |
| 6.  | $y = \frac{1}{x+1} - 1$ , osou $x$ , $x = 3$                  | $3 - \ln 4$                              |
| 7.  | $y = \ln x$ , osou $x$ , $x = e$                              | 1  |
| 8.  | $y = x^2 + 1$ , $y = 2x^2 + x + 1$                            | $\frac{1}{6}$                            |
| 9.  | $xy = 4$ , $x + y = 5$  | $\frac{15}{2} - 4 \ln 4$                 |
| 10. | $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , osou $y$                        | $\sqrt{2} - 1$                           |
| 11. | $y = \frac{\pi}{4}$ , $y = \operatorname{arctg} x$ , osou $y$ | $\frac{1}{2} \ln 2$                      |
| 12. | $y = x^2$ , $y = \frac{1}{x}$ , $y = 0$ , $x = 3$             | $\frac{1}{3} + \ln 3$                    |
| 13. | $y = x + 1$ , $y = e^{-x}$ , $y = 0$ , $x = 2$                | $\frac{3}{2} - e^{-2}$                   |
| 14. | $y = \arccos x$ , $y = 0$ , $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$       | $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ |

## II. Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací obrazce ohraničeného danými křivkami kolem osy $x$ (Plochy z příkladů načrtněte!)

- |    |   |                          |
|----|---|--------------------------|
| 1. | $y = \frac{1}{x-2}$ , $y = 0$ , $x = 3$ , $x = 4$ | $\frac{1}{2}\pi$         |
| 2. | $y = 1 - x^2$ , $y = x^2$                         | $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ |
| 3. | $y = 2x - x^2$ , $y = 0$                          | $\frac{16}{15}\pi$       |

4.  $y = x$ ,  $y = e^x$ , pro  $x \geq 0$   $\frac{2}{3}\pi \cdot e^6$
5.  $y = 2x^3$ ,  $y^2 = 4x$   $\frac{10}{7}\pi$
6.  $y = 2 - x$ ,  $x^2 + y^2 = 4$   $\frac{8}{3}\pi$
7.  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{cotg} x$ ,  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$   $2\pi - \frac{\pi^2}{2}$
8.  $y = 1 + \sqrt{x-1}$ ,  $y = 1$ ,  $x = 2$   $\frac{11}{6}\pi$
9.  $xy = 6$ ,  $x + y = 7$   $\frac{125}{3}\pi$
10.  $y = x^2$ ,  $y = (x-3)^2$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$   $\frac{23}{15}\pi$
11.  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$   $\frac{\pi^2}{2} - \pi$
12.  $y = \ln x + 2$ ,  $y = 2$ ,  $x = e$   $\pi(e+2)$