

Příklad 1: Vypočítejte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$.

Řešení: Sarrusovo pravidlo pro výpočet hodnoty determinantů 2. řádu se také označuje jako křížové. Od součinu prvků v hlavní diagonále odečteme součin prvků v diagonále vedlejší.

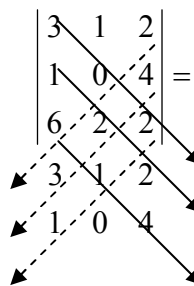
$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7.$$

Příklad 2: $\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4 \cdot 0 - 2 \cdot 3 = -6.$

Příklad 3: $\begin{vmatrix} 2 & -11 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = 2 \cdot 8 - (-3) \cdot (-11) = 16 - 33 = -17.$

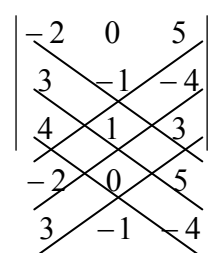
Příklad 4: Vypočtete $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Pod determinant si opišeme první dva řádky, aby se nám lépe vyhledávaly trojice prvků, které budeme násobit. Součiny ve směru hlavní diagonály mají znaménko +, součiny ve směru vedlejší diagonály -. Jinými slovy : od součinů ve směru hlavní diagonály odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 6 \cdot 1 \cdot 4 - (6 \cdot 0 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 2) = 4 + 24 - (24 + 2) = 2$$


Příklad 5: Vypočtete hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

Řešení:

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) \cdot 3 + 3 \cdot 1 \cdot 5 + 4 \cdot 0 \cdot (-4) - [4 \cdot (-1) \cdot 5 + (-2) \cdot 1 \cdot (-4) + 3 \cdot 0 \cdot 3] = 21 + 12 = 33$$


Poznámka: Sarrusovo pravidlo je tak jednoduché, že ani není třeba opisovat pomocné řádky (resp. sloupce). Rovnoběžně s diagonálou leží vždy dva prvky, ten třetí do součinu leží v „protějším rohu“.

Příklad 5: Vypočtěte determinant $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

Řešení:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-3) \cdot 0 + 0 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 6 - [6 \cdot (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 0 \cdot 1 \cdot 0] = 12 - 2 = 10$$

$$\begin{matrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{matrix}$$

Příklad 6: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Použijeme Laplaceův rozvoj determinantu podle prvků 3. sloupce, protože tento sloupec obsahuje nejvíce nulových prvků.

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Výpočet determinantu 4. řádu jsme rozvojem převedli na výpočet dvou determinantů řádu 3. Použijeme Sarrusovo pravidlo. (Chcete-li si připsat pomocné řádky...)

$$= -1 \cdot [-8 + 3 + 6 - (-4 + 2 + 18)] + 2 \cdot [-6 - 6 + 4 - (-3 - 4 + 12)] = -(1 - 16) + 2(-8 - 5) = -11$$

Příklad 7: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Nejvhodnější bude rozvinout determinant podle 3. řádku, protože obsahuje jen jeden nenulový prvek.

Tedy :

$$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 \cdot [-24 - 1 + 2 - (2 - 6 - 4)] = -4 \cdot (-31) = 124 .$$

Příklad 8: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Není třeba provádět rozvoj. Protože jsou v 1. a 3. sloupci stejné prvky, jsou tyto sloupce lineárně závislé. Tedy vzhledem k vlastnostem determinantů

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 .$$