Příklad 1: Vypočítejte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix}3 & 4\\ 2 & 5\end{vmatrix}$.

Řešení: Sarrusovo pravidlo pro výpočet hodnoty determinantů 2. řádu se také označuje jako křížové. Od součinu prvků v hlavní diagonále odečteme součin prvků v diagonále vedlejší.

$$\begin{vmatrix}3 & 4\\ 2 & 5\end{vmatrix} = 3.5 - 2.4 = 15 - 8 = 7\,.$$

Příklad 2: $\begin{vmatrix}-4 & 3\\ 2 & 0\end{vmatrix} = -4.0 - 2.3 = -6\,.$

Příklad 3: $\begin{vmatrix}2 & -11\\ -3 & 8\end{vmatrix} = 2.8 - (-3).(-11) = 16 - 33 = 17\,.$

Příklad 4: Vypočtěte $\begin{vmatrix}3 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 4\\ 6 & 2 & 2\end{vmatrix}$.

Řešení: Pod determinant si opíšeme první dva řádky, aby se nám lépe vyhledávaly trojice prvků, které budeme násobit. Součiny je směru hlavní diagonály mají znaménko +, součiny ve směru vedlejší diagonály –. Jinými slovy : od součinů ve směru hlavní diagonály odečteme součiny ve směru vedlejší diagonály.

$$\begin{vmatrix}3 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 4\\ 6 & 2 & 2\end{vmatrix} = 3.0.2 + 1.2.2 + 6.1.4 - (6.0.2 + 3.2.4 + 1.1.2) = 4 + 24 - (24 + 2) = 2$$
$$\begin{matrix}3 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 4\end{matrix}$$

Příklad 5: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix}-2 & 0 & 5\\ 3 & -1 & -4\\ 4 & 1 & 3\end{vmatrix}$.

Řešení:

$$\begin{vmatrix}-2 & 0 & 5\\ 3 & -1 & -4\\ 4 & 1 & 3\end{vmatrix} = (-2).(-1).3 + 3.1.5 + 4.0.(-4) - \left[4.(-1).5 + (-2).1.(-4) + 3.0.3\right] = 21 + 12 = 33$$
$$\begin{matrix}-2 & 0 & 5\\ 3 & -1 & -4\end{matrix}$$

Poznámka: Sarrusovo pravidlo je tak jednoduché, že ani není třeba opisovat pomocné řádky (resp. sloupce). Rovnoběžně s diagonálou leží vždy dva prvky, ten třetí do součinu leží v „protějším rohu“.

Příklad 5: Vypočtěte determinant $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

Řešení:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 5.(-3).0 + 0.2.1 + 1.2.6 - [6.(-3).1 + 2.2.5 + 0.1.0] = 12 - 2 = 10 \quad .$$

$$\begin{matrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{matrix}$$

Příklad 6: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Použijeme Laplaceův rozvoj determinantu podle prvků 3. sloupce, protože tento sloupec obsahuje nejvíce nulových prvků.

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & \boxed{0} & -1 \\ 2 & 3 & \boxed{1} & 2 \\ 3 & 4 & \boxed{2} & -1 \\ 1 & -2 & \boxed{0} & -2 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^{2+3}\cdot\begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} + 2\cdot(-1)^{3+3}\cdot\begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Výpočet determinantu 4. řádu jsme rozvojem převedli na výpočet dvou determinantů řádu 3. Použijeme Sarrusovo pravidlo. (Chcete-li si připsat pomocné řádky…)

$$= -1.[-8 + 3 + 6 - (-4 + 2 + 18)] + 2.[-6 - 6 + 4 - (-3 - 4 + 12)] = -(1 - 16) + 2(-8 - 5) = -11 .$$

Příklad 7: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Nejvhodnější bude rozvinout determinant podle 3. řádku, protože obsahuje jen jeden nenulový prvek.

Tedy :

$$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 4.(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -4.\left[-24-1+2-(2-6-4)\right] = -4.(-31) = 124\,.$$

Příklad 8: Vypočtěte hodnotu determinantu $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

Řešení: Není třeba provádět rozvoj. Protože jsou v 1. a 3. sloupci stejné prvky, jsou tyto sloupce lineárně závislé. Tedy vzhledem k vlastnostem determinantů

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0\,.$$