

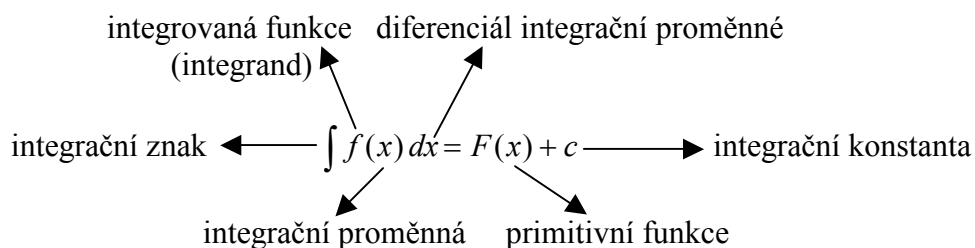
## Primitivní funkce, neurčitý integrál

### Neurčitý integrál

**Definice :** Množinu všech primitivních funkcí  $F(x)$  k funkci  $f(x)$  na intervalu  $(a, b) \subseteq \mathbf{R}$  nazýváme neurčitým integrálem funkce  $f(x)$ .

$$\text{Píšeme } \int f(x) dx = F(x) + c$$

Postup hledání primitivních funkcí k daným funkcím budeme nazývat integrování. Budeme přitom používat následující označení :



### Primitivní funkce

**Definice :** Funkce  $F(x)$  se nazývá primitivní k funkci  $f(x)$  na intervalu  $(a, b) \subseteq \mathbf{R}$ , jestliže pro všechna  $x$  z tohoto intervalu platí  $F'(x) = f(x)$ .

Je zřejmé, že má-li daná funkce  $f(x)$  primitivní funkci, je takových funkcí nekonečně mnoho a liší se pouze konstantou.

### Vlastnosti neurčitého integrálu

**Věta 7.6.:** Existují-li integrály na pravé straně rovností, pak platí :

- $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx,$
- $\int c \cdot f(x) dx = c \cdot \int f(x) dx,$  kde  $c \in \mathbf{R},$

(levé a pravé strany vzorců se mohou lišit o konstantu).

## Pravidla a vzorce pro integrování

$$\mathbf{P\ 1} \quad \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\mathbf{P\ 2} \quad \int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

---

$$\mathbf{V\ 1} \quad \int 1 dx = x + C$$

$$\mathbf{V\ 2} \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\mathbf{V\ 3} \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\mathbf{V\ 4} \quad \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\mathbf{V\ 5} \quad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\mathbf{V\ 6} \quad \int e^x dx = e^x + C$$

$$\mathbf{V\ 7} \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\mathbf{V\ 8} \quad \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$$

$$\mathbf{V\ 9} \quad \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$$

---

$$\mathbf{V10} \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cotg x + C$$

$$\mathbf{V11} \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tg x + C$$

$$\mathbf{V12} \quad \int \frac{1}{A^2 + x^2} dx = \frac{1}{A} \arctg \frac{x}{A} + C$$

$$\mathbf{V13} \quad \int \frac{1}{A^2 - x^2} dx = \frac{1}{2A} \ln \left| \frac{A+x}{A-x} \right| + C$$

$$\mathbf{V14} \quad \int \frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{A} + C$$

$$\mathbf{V15} \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm B}} dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm B} \right| + C$$