

Znečištění ovzduší

Robert Mařík

27. listopadu 2010



1 Lokální extrémy - znečištění ovzduší

Za klidného dne je intenzita atmosférického znečištění pocházejícího z blízkého města úměrná velikosti populace ve městě a nepřímo úměrná vzdálenosti od města. Pracovník LDF odcházející do důchodu chce založit lesní školku u silnice, které je přímou spojnicí dvou měst vzdálených 60 km od sebe. V prvním městě žije čtyřikrát více obyvatel než ve druhém. Kde je vhodné založit školku, aby v daném místě byla intenzita znečištění co nejmenší?

(podle knihy *Calculus with analytic geometry*, George F. Simmons, str. 160, příklad 84)

Nejprve nadefinujeme funkci, popisující znečištění od jednoho města. Zde k je konstanta úměrnosti, x vzdálenost od města a y počet obyvatel.

```
_____ Sage code _____  
x,y,k = var('x y k')  
F(x,y,k) = k*y/x
```

Vypočteme celkové znečištění. Parametr x je vzdálenost od menšího města, počet obyvatel tohoto města označíme y_1 .

```
_____ Sage code _____  
y1=var('y1')  
znecisteni(x,k) = F(x, y1, k) + F(60-x, 4*y1, k)  
znecisteni
```

$$(x, k) \mapsto -4 \frac{ky_1}{(x-60)} + \frac{ky_1}{x}$$

Funkci udávající celkové znečištění zderivujeme a derivaci položíme rovnu nule.

```
_____ Sage code _____  
diff(znecisteni,x)
```

$$(x, k) \mapsto 4 \frac{ky_1}{(x-60)^2} - \frac{ky_1}{x^2}$$

```
_____ Sage code _____  
solve(_,x)
```

$$[x = (-60), x = 20]$$

Rovnice má dva kořeny, zajímá nás však jen ten kladný. Optimální řešení je tedy $x = 20$. Nejmenší znečištění je ve vzdálenosti 20 km od menšího města. Pro ilustraci ještě nakreslíme průběh funkce na intervalu $(0, 60)$. Pro nakreslení musíme zvolit konkrétní hodnoty pro parametry y_1 a k .

```
_____ Sage code _____  
P = plot(znecisteni(x, y1=1, k=1), (x,0,60))  
P = P+point((20,znecisteni(20, y1=1, k=1)), rgbcolor='red', pointsize=30, zorder=5)  
P.show(ymin=0, ymax=1)
```

⁰Podporováno grantem FRVŠ 131/2010.

⁰Dílo je šířeno pod licencí Creative Commons: Uveďte autora – neuzívejte komerčně.

