Krabička z A4

Robert Mařík

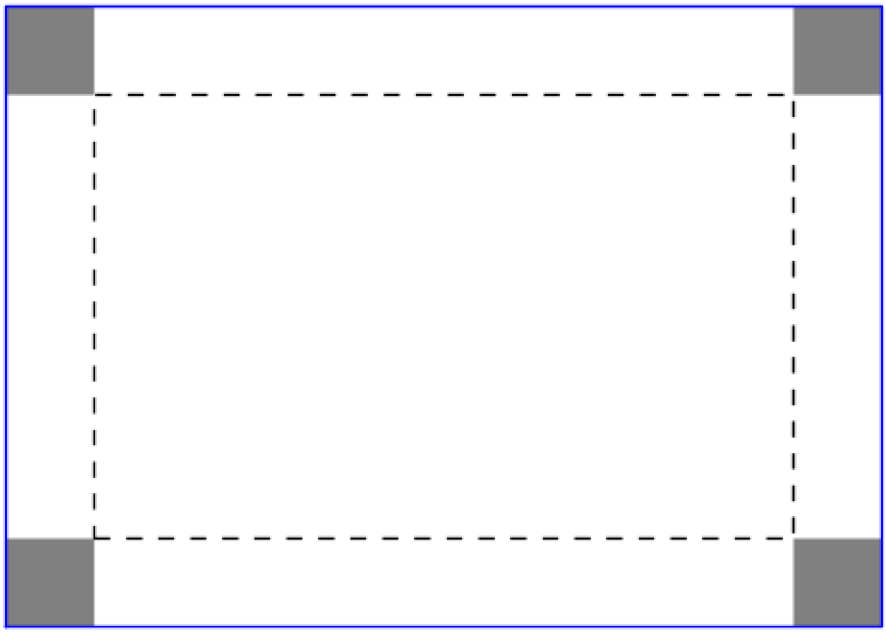
27. listopadu 2010

1 Krabička maximálního objemu

Z papíru A4 (210 x 297 mm) vystřihneme v rozích čtverečky, přehneme podle čárkovaných čar a složíme krabičku.
Úkol: udělejte krabičku, která má co největší objem.

Sage code

```
%hide
X=30
A=polygon2d([[X,X],[X,0],[0,0],[0,X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
+polygon2d([[297-X,X],[297-X,0],[297,0],[297,X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
+polygon2d([[X,210-X],[X,210],[0,210],[0,210-X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
+polygon2d([[297-X,210-X],[297-X,210],[297,210],[297,210-X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
+line([[0,0],[297,0],[297,210],[0,210],[0,0]])\
+line2d([[X,X],[297-X,X],[297-X,210-X],[X,210-X],[X,X]],rgbcolor='black',linestyle='--')
show(A,xmin=0,xmax=297,ymin=0,ymax=210,aspect_ratio=1,axes=False)
```



[0]Podporováno grantem FRVŠ 131/2010.

Sage interact code
```
%auto
@interact
def _(X=slider(0, 100, step_size=1, default=30, label='Velikost výřezu')):
    print 'X=',X
    V(x)=x*(210-2*x)*(297-2*x)
    A=polygon2d([[X,X],[X,0],[0,0],[0,X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
    +polygon2d([[297-X,X],[297-X,0],[297,0],[297,X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
    +polygon2d([[X,210-X],[X,210],[0,210],[0,210-X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
    +polygon2d([[297-X,210-X],[297-X,210],[297,210],[297,210-X]],rgbcolor=(0.5,0.5,0.5))\
    +line([[0,0],[297,0],[297,210],[0,210],[0,0]])\
    +line2d([[X,X],[297-X,X],[297-X,210-X],[X,210-X],[X,X]],rgbcolor='black',linestyle='--')
    show(A,xmin=0,xmax=297,ymin=0,ymax=210,aspect_ratio=1,axes=False)
    # print 'Objem v litrech je ' , (V(x=X)/1000000).n()
```

Vyjádříme objem jako funkci délky jedné strany výřezu. Potom hledáme extrém této funkce, tj. zderivujeme a položíme derivaci rovnu nule.

Sage code
```
V(x)=x*(210-2*x)*(297-2*x)
A=solve(diff(V(x),x),x)
A
```

$$\left[x = -\frac{1}{2}\sqrt{7771} + \frac{169}{2}, x = \frac{1}{2}\sqrt{7771} + \frac{169}{2}\right]$$

Derivace má dva nulové body. Aproximujeme je pro lepší představu desetinným číslem a vidíme, že jeden ze stacionárních bodů nereprezentuje reálnou krabičku. Ten bod, který vyhovuje je tou správnou volbou.

Sage code
```
B=[i.rhs().n() for i in A]
B
```

$[40.4233621971911, 128.576637802809]$

Dosadíme velikost optimálního výřezu do funkčního předpisu a najdeme optimální objem (v litrech)

Sage code
```
print 'V(', B[0], ')=', (V(B[0])/1000000).n()
```

```
V( 40.4233621971911 )= 1.12849510473126
```

Pro zajímavost si můžeme nakreslit průběh funkce, udávající jak se mění objem s velikostí výřezů.

Sage code
```
plot(V(x),(x,0,140),zorder=0) + point((B[0],V(B[0])),rgbcolor='red',zorder=1)
```