Aplikace derivací

Robert Mařík

27. listopadu 2010

1 Křivka učení

V roce 1930 L. L. Thursone sestavil následující empirickou formuli udávající, jak dlouhý čas T je potřeba k osvojení seznamu o n položkách.
$T(n) = \frac{c}{k} n\sqrt{n-a}$
Předpokládejme, že pro určitou osobu a seznam platí $T(n) = 2n\sqrt{n-2}$ (čas vychází v minutách). *Najděte derivace $T'(11)$ a $T'(27)$ a vyslovte jejich fyzikální interpretaci.*

Sage code

```
n=var('n')
T=2*n*sqrt(n-2)
T
```

$2\sqrt{n-2n}$

Sage code

```
DER=diff(T,n)
DER
```

$2\sqrt{n-2} + \frac{n}{\sqrt{n-2}}$

Sage code

```
DER.simplify_full()
```

$\frac{(3\,n-4)}{\sqrt{n-2}}$

Sage code

```
T(n=11).n()
```

66.0000000000000

Sage code

```
DER(n=11).n()
```

9.66666666666667

Sage code

```
T(n=27)
```

270

Sage code

```
DER(n=27).n()
```

15.4000000000000

[0] Podporováno grantem FRVŠ 131/2010.

2 Stopa majáku

Na východním břehu jezera je maják, který se otáčí třikrát za minutu. Na protějším břehu ve vzdálenosti $h = 4km$ je chata. *Jakou rychlostí běží světelná stopa majáku v místě, které je ve vzdálenosti* $l_0 = 2km$ *od chaty?*

Sage code
```
h, t=var('h t')
phi=function('phi',t)
```

Vzah mezi úhlem *chata-maják-světelná_stopa* a vzdáleností *chata-světelná_stopa*

Sage code
```
l=h*tan(phi)
```

Rychlost pohybu světelné stopy je derivace funkce l podle času t

Sage code
```
rychlost=diff(l,t).simplify_trig()
rychlost
```

$$\frac{hD[0]\left(\phi\right)\left(t\right)}{\cos\left(\phi\left(t\right)\right)^{2}}$$

Dosadíme za úhel (ze vztahu $\tan\phi = \frac{l_0}{h}$), h a $\phi'(t) = 6\pi$ (3 otočky za minutu značí úhel 6π)

Sage code
```
rychlost({phi:atan(2/4),l:2,h:4}).subs(diff(phi,t)==6*pi)
```

$30\,\pi$

Rychlost je v kilometrech za minutu. Převedeme na kilometry za hodinu a vyčíslíme numericky

Sage code
```
(_).n()*60
```

5654.86677646163

Poměrně velká rychlost .....