Lineární algebra
Operace s vektory a maticemi

Robert Mařík

26. září 2008

Obsah

Definice (algebraický vektorový prostor)**.** Množinu $\mathbb{R}^n$ uspořádaných n-tic reálných čísel $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ s operacemi sčítání a násobení reálným číslem definovanými

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) + (b_1, b_2, \dots, b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$$
$$c \cdot (a_1, a_2, \dots, a_n) = (c \cdot a_1, c \cdot a_2, \dots, c \cdot a_n)$$

pro všechna $c \in \mathbb{R}$ a $(a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$ nazýváme *reálným algebraickým vektorovým prostorem*. Prvky tohoto prostoru, tj. uspořádané n-tice reálných čísel nazýváme *algebraickými vektory*. Čísla $a_1, \dots, a_n$ nazýváme *složky vektoru* $(a_1, a_2, \dots, a_n)$. Číslo n nazýváme *dimenze prostoru* $\mathbb{R}^n$.

Definice (lineární kombinace)**.** Nechť $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots \vec{u}_k$ je konečná posloupnost vektorů z vektorového prostoru $\mathbb{R}^n$. Vektor $\vec{u}$, pro který platí

$$\vec{u} = t_1\vec{u}_1 + t_2\vec{u}_2 + \cdots + t_k\vec{u}_k, \tag{1}$$

kde $t_1, t_2, \dots, t_k$ jsou nějaká reálná čísla, se nazývá *lineární kombinace vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_k$*. Čísla $t_1, t_2, \dots, t_k$ nazýváme *koeficienty lineární kombinace*.

Definice (algebraický vektorový prostor). Množinu $\mathbb{R}^n$ uspořádaných n-tic reálných čísel $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ s operacemi sčítání a násobení reálným číslem definovanými

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) + (b_1, b_2, \dots, b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$$
$$c \cdot (a_1, a_2, \dots, a_n) = (c \cdot a_1, c \cdot a_2, \dots, c \cdot a_n)$$

pro všechna $c \in \mathbb{R}$ a $(a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$ nazýváme *reálným algebraickým vektorovým prostorem*. Prvky tohoto prostoru, tj. uspořádané n-tice reálných čísel nazýváme *algebraickými vektory*. Čísla $a_1, \dots, a_n$ nazýváme *složky vektoru* $(a_1, a_2, \dots, a_n)$. Číslo n nazýváme *dimenze prostoru* $\mathbb{R}^n$.

Definice (lineární kombinace). Nechť $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\dots \vec{u}_k$ je konečná posloupnost vektorů z vektorového prostoru $\mathbb{R}^n$. Vektor $\vec{u}$, pro který platí

$$\vec{u} = t_1\vec{u}_1 + t_2\vec{u}_2 + \cdots + t_k\vec{u}_k, \qquad (1)$$

kde t_1, t_2, $\dots$, t_k jsou nějaká reálná čísla, se nazývá *lineární kombinace vektorů $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\dots$, $\vec{u}_k$*. Čísla t_1, t_2, $\dots$, t_k nazýváme *koeficienty lineární kombinace*.

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1), \qquad \vec{b} = (3, 0, -1), \qquad \vec{c} = (2, 1, 0), \qquad \vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{o}$$

$$0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b} + 0 \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$$

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1), \qquad \vec{b} = (3, 0, -1), \qquad \vec{c} = (2, 1, 0), \qquad \vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\begin{aligned}\vec{a} + 2 \cdot \vec{b} - \vec{c} &= (1, 2, 1) + 2 \cdot (3, 0, -1) - (2, 1, 0) \\ &= (1, 2, 1) + (6, 0, -2) - (2, 1, 0)\end{aligned}$$

$$\vec{a} + \vec{o}$$

$$0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b} + 0 \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$$

Dosadíme za vektory a vynásobíme vektor $\vec{b}$ dvěma (násobíme tedy každý prvek tohoto vektoru dvěma).

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c} = (2, 1, 0)$, $\vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\begin{aligned}\vec{a} + 2\cdot\vec{b} - \vec{c} &= (1, 2, 1) + 2\cdot(3, 0, -1) - (2, 1, 0)\\ &= (1, 2, 1) + (6, 0, -2) - (2, 1, 0)\\ &= (1 + 6 - 2, 2 + 0 - 1, 1 - 2 - 0)\end{aligned}$$

$$\vec{a} + \vec{o}$$

$$0\cdot\vec{a} + 0\cdot\vec{b} + 0\cdot\vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2\cdot\vec{c}$$

Sečteme (odečteme) odpovídající si komponenty vektorů.

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1), \qquad \vec{b} = (3, 0, -1), \qquad \vec{c} = (2, 1, 0), \qquad \vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\begin{aligned}\vec{a} + 2\cdot\vec{b} - \vec{c} &= (1, 2, 1) + 2\cdot(3, 0, -1) - (2, 1, 0)\\ &= (1, 2, 1) + (6, 0, -2) - (2, 1, 0)\\ &= (1 + 6 - 2, 2 + 0 - 1, 1 - 2 - 0)\\ &= (5, 1, -1)\end{aligned}$$

$$\vec{a} + \vec{o}$$

$$0\cdot\vec{a} + 0\cdot\vec{b} + 0\cdot\vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2\cdot\vec{c}$$

Upravíme.

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c} = (2, 1, 0)$, $\vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\vec{a} + \vec{o} = (1, 2, 1) + (0, 0, 0) = (1, 2, 1) = \vec{a}$$

$$0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b} + 0 \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$$

Přičteme-li k libovolnému vektoru nulový vektor, původní vektor se nemění (protože ke každé komponentě přičteme nulu).

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1), \qquad \vec{b} = (3, 0, -1), \qquad \vec{c} = (2, 1, 0), \qquad \vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\vec{a} + \vec{o} = (1, 2, 1) + (0, 0, 0) = (1, 2, 1) = \vec{a}$$

$$0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b} + 0 \cdot \vec{c} = (0, 0, 0)$$

$$\vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$$

Výsledkem triviální lineární kombinace je nulový vektor, protože každý vektor po vynásobení nulou přejde na nulový vektor a součet nulových vektorů je opět nulový vektor.

Řádkové algebraické vektory.

$\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c} = (2, 1, 0)$, $\vec{o} = (0, 0, 0)$

$$\vec{a} + \vec{o} = (1, 2, 1) + (0, 0, 0) = (1, 2, 1) = \vec{a}$$

$$0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b} + 0 \cdot \vec{c} = (0, 0, 0)$$

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c} &= (1, 2, 1) + (3, 0, -1) - (4, 2, 0) \\ &= (0, 0, 0) \end{aligned}$$

Někdy nulový vektor dostaneme i jako netriviální lineární kombinaci. V tomto případě říkáme, že vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ jsou lineárně závislé.

Definice. Nechť je dána konečná posloupnost vektorů. Řekneme, že vektory jsou lineárně závislé, jestliže alespoň jedna jejich netriviální lineární kombinace je rovna nulovému vektoru.

Naopak, je-li každá netriviální lineární kombinace nenulová, říkáme, že vektory jsou lineárně nezávislé.

Testování lineární (ne-)závislosti

- Je-li v posloupnosti vektorů některý vektor násobkem jiného vektoru, jedná se o lineárně závislou posloupnost vektorů.
- *Dva vektory* jsou lineárně závislé právě tehdy, když jeden z vektorů je násobkem druhého.
- Je-li vektorů větší počet, než je dimenze prostoru, jsou tyto vektory lineárně závislé.

V ostatních případech nelze na otázku o případné lineární závislosti nebo nezávislosti vektorů dát okamžitou odpověď, ale je potřeba odpovídajícím způsobem rozhodnout, např. pomocí pojmu hodnost matice, který uvedeme později.

Definice. Nechť je dána konečná posloupnost vektorů. Řekneme, že vektory jsou lineárně závislé, jestliže alespoň jedna jejich netriviální lineární kombinace je rovna nulovému vektoru.

Naopak, je-li kažá netriviální lineární kombinace nenulová, říkáme, že vektory jsou lineárně nezávislé.

Testování lineární (ne-)závislosti

- Je-li v posloupnosti vektorů některý vektor násobkem jiného vektoru, jedná se o lineárně závislou posloupnost vektorů.
- *Dva vektory* jsou lineárně závislé právě tehdy, když jeden z vektorů je násobkem druhého.
- Je-li vektorů větší počet, než je dimenze prostoru, jsou tyto vektory lineárně závislé.

V ostatních případech nelze na otázku o případné lineární závislosti nebo nezávislosti vektorů dát okamžitou odpověď, ale je potřeba odpovídajícím způsobem rozhodnout, např. pomocí pojmu hodnost matice, který uvedeme později.

Definice. Nechť je dána konečná posloupnost vektorů. Řekneme, že vektory jsou lineárně závislé, jestliže alepoň jedna jejich netriviální lineární kombinace je rovna nulovému vektoru.

Naopak, je-li kažá netriviální lineární kombinace nenulová, říkáme, že vektory jsou lineárně nezávislé.

Testování lineární (ne-)závislosti

- Je-li v posloupnosti vektorů některý vektor násobkem jiného vektoru, jedná se o lineárně závislou posloupnost vektorů.
- *Dva vektory* jsou lineárně závislé právě tehdy, když jeden z vektorů je násobkem druhého.
- Je-li vektorů větší počet, než je dimenze prostoru, jsou tyto vektory lineárně závislé.

V ostatních případech nelze na otázku o případné lineární závislosti nebo nezávislosti vektorů dát okamžitou odpověď, ale je potřeba odpovídajícím způsobem rozhodnout, např. pomocí pojmu hodnost matice, který uvedeme později.

Sloupcové algebraické vektory

$$\begin{pmatrix}1\\-3\\0\\2\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-1\\4\\1\\-3\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1\\5\\3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-5\\-4\\-6\end{pmatrix}$$

Používáme-li sloupcové vektory, je počítání poněkud přehlednější, protože sčítáme prvky, které leží ve “stejné výšce”.

Definice (matice).

Maticí řádu $m \times n$ rozumíme schema

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

kde a_{ij} pro $i = 1..m$ a $j = 1..n$ jsou reálná čísla. Množinu všech matic řádu $m \times n$ označujeme symbolem $\mathbb{R}^{m \times n}$. Zkráceně zapisujeme též $A = (a_{ij})_{i=1}^{m}{}_{j=1}^{n}$ nebo pouze $\boldsymbol{A = (a_{ij})}$. Je-li $m = n$ nazývá se matice A *čtvercová matice*, jinak *obdélníková matice*. Je-li A čtvercová matice, nazýváme prvky tvaru a_{ii}, tj. prvky, jejichž řádkový a sloupcový index jsou stejné, *prvky hlavní diagonály*.

Definice (matice transponovaná). Buď $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Matice

$$A^T = (a_{ji}) \in \mathbb{R}^{n\times m},$$

se nazývá *matice transponovaná k matici A*.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Definice (operace s maticemi).

- Buďte $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$. *Součtem matic A a B* rozumíme matici $C = (c_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$, kde $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Zapisujeme $\boldsymbol{C = A + B}$.
- $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$ a $t \in \mathbb{R}$. *Součinem čísla t a matice A* rozumíme matici $D = (d_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$, kde $d_{ij} = t.a_{ij}$. Zapisujeme $\boldsymbol{D = tA}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 6 \\ 9 & 3 & -6 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Definice (maticový součin). $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$ a $B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{n\times p}$. *Součinem matic A a B (v tomto pořadí)* rozumíme matici $G = (g_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times p}$, kde

$$g_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}$$

pro všechna $i = 1..m$, $j = 1..p$. Zapisujeme $\boldsymbol{G = AB}$ (v tomto pořadí).

Skalární součin vektorů Ze střední školy víte, že skalárním součinem vektorů $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ je číslo

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3 = \sum_{i=1}^{3} u_i v_i .$$

Přímo z definice součinu plyne, že maticový součin

$$\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = (u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3)$$

je jiným zápisem téhož.

Vynásobte matice

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = C, \quad c_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$$

Vynásobte matice

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + (-1)\cdot(-1) + 2\cdot 3 & 2\cdot 4 - 1\cdot 2 + 2\cdot 1 \\ 3\cdot 2 + 1\cdot(-1) - 2\cdot 3 & 3\cdot 4 + 1\cdot 2 - 2\cdot 1 \\ 2\cdot 2 + 0\cdot(-1) + 1\cdot 3 & 2\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Na místě ij ve výsledné matici C je skalární součin i-tého řádku matice A a j-tého sloupce matice B. Uvedený maticový součin je tedy možno chápat jako šest skalárních součinů.

Vynásobte matice

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + (-1)\cdot(-1) + 2\cdot 3 & 2\cdot 4 - 1\cdot 2 + 2\cdot 1 \\ 3\cdot 2 + 1\cdot(-1) - 2\cdot 3 & 3\cdot 4 + 1\cdot 2 - 2\cdot 1 \\ 2\cdot 2 + 0\cdot(-1) + 1\cdot 3 & 2\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ -1 & 12 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Vynásobte matice

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 2 + (-1)\cdot(-1) + 2\cdot 3 & 2\cdot 4 - 1\cdot 2 + 2\cdot 1 \\ 3\cdot 2 + 1\cdot(-1) - 2\cdot 3 & 3\cdot 4 + 1\cdot 2 - 2\cdot 1 \\ 2\cdot 2 + 0\cdot(-1) + 1\cdot 3 & 2\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ -1 & 12 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{není definováno}$$

Porovnejte následující maticový součin a lineární kombinaci vektorů.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} -2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Porovnejte následující maticový součin a lineární kombinaci vektorů.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} -2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Věta 1 (vlastnosti maticového součinu). Součin matic je asociativní a distributivní zprava i zleva vzhledem ke sčítání, tj. platí

$$A(BC) = (AB)C \qquad \text{(asociativita)}$$
$$A(B+C) = AB + AC \qquad \text{(levý distributivní zákon)}$$
$$(B+C)A = BA + CA \qquad \text{(pravý distributivní zákon)}$$

vždy, když tyto operace mají smysl.

Definice (jednotková matice). *Jednotkovou maticí řádu n* rozumíme čtvercovou matici typu $\mathbb{R}^{n\times n}$, která má v hlavní diagonále jedničky a mimo hlavní diagonálu nuly. Označujeme ji I_n.

Příklad 1. Jednotková matice řádu 3 má tvar

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Věta 2 (vlastnost jednotkové matice). Buď A matice. Pak platí $IA = A$ a $AI = A$, vždy, když je tento součin definovaný.

Věta 1 (vlastnosti maticového součinu). Součin matic je asociativní a distributivní zprava i zleva vzhledem ke sčítání, tj. platí

$$A(BC) = (AB)C \qquad \text{(asociativita)}$$
$$A(B + C) = AB + AC \qquad \text{(levý distributivní zákon)}$$
$$(B + C)A = BA + CA \qquad \text{(pravý distributivní zákon)}$$

vždy, když tyto operace mají smysl.

Definice (jednotková matice). *Jednotkovou maticí řádu n* rozumíme čtvercovou matici typu $\mathbb{R}^{n\times n}$, která má v hlavní diagonále jedničky a mimo hlavní diagonálu nuly. Označujeme ji $\boldsymbol{I_n}$.

Příklad 1. Jednotková matice řádu 3 má tvar

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Věta 2 (vlastnost jednotkové matice). Buď A matice. Pak platí $IA = A$ a $AI = A$, vždy, když je tento součin definovaný.

Konec, pokračování zde.