

Cvičení Matematika LDF, bak. 1. ročník

2. května 2019

Řešení budou zveřejněna na webu předmětu <http://user.mendelu.cz/marik/mt>. Další příklady (průběhy nebo dokončení vybraných příkladů z minulých cvičení) zařadí do výuky cvičící.

Příklad 1. Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{x^3}{x-1},$$

když víme, že

$$y' = \frac{(2x-3)x^2}{(x-1)^2}, \quad y'' = \frac{2(x^2-3x+3)x}{(x-1)^3}.$$

Postup.

- Definiční obor, nulové body, znaménko funkce (pokud máme definiční obor a nulové body), limity v bodech, kde to umíme a kde to má smysl.
- Body, kde je nulová derivace, intervaly monotonie, lokální extrémů. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozího bodu.
- Body, kde je nulová druhá derivace, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozích bodů.
- Graf. Schematicky. Raději výrazně vyznačit kvalitativní vlastnosti, než se snažit o dodržení měřítka na ose y . Kontrola, že získaný graf není ve sporu s výsledky z předchozích bodů.

Příklad 2. Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{x}{x^2 + 1},$$

když víme, že

$$y' = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}, \quad y'' = \frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}.$$

Postup.

- Definiční obor, nulové body, znaménko funkce (pokud máme definiční obor a nulové body), limity v bodech, kde to umíme a kde to má smysl.
- Body, kde je nulová derivace, intervaly monotonie, lokální extrémy. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozího bodu.
- Body, kde je nulová druhá derivace, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozích bodů.
- Graf. Schematicky. Raději výrazně vyznačit kvalitativní vlastnosti, než se snažit o dodržení měřítka na ose y . Kontrola, že získaný graf není ve sporu s výsledky z předchozích bodů.

Příklad 3. Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{x}{(x+1)^2},$$

když víme, že

$$y' = -\frac{x-1}{(x+1)^3}, \quad y'' = \frac{2(x-2)}{(x+1)^4}.$$

Postup.

- Definiční obor, nulové body, znaménko funkce (pokud máme definiční obor a nulové body), limity v bodech, kde to umíme a kde to má smysl.
- Body, kde je nulová derivace, intervaly monotonie, lokální extrémy. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozího bodu.
- Body, kde je nulová druhá derivace, intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body. Kontrola, že získané výsledky nejsou ve sporu s výsledky z předchozích bodů.
- Graf. Schematicky. Raději výrazně vyznačit kvalitativní vlastnosti, než se snažit o dodržení měřítka na ose y . Kontrola, že získaný graf není ve sporu s výsledky z předchozích bodů.