

Pr:

1)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

$$\frac{df}{dx} = 3x^2 + 4x$$

2)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 6}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{1 \cdot (x^2 + 6) - x(2x + 0)}{(x^2 + 6)^2} = \frac{6 - x^2}{(x^2 + 6)^2}$$

3)  $f(x) = \frac{ax}{x + b}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{a(x + b) - ax}{(x + b)^2} = \frac{ab}{(x + b)^2}$$

4)  $f(x) = x \ln x$

$$\frac{df}{dx} = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

5)  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{6x^2(x^2 + 1) - 2x^3 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^4 + 6x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

6)  $f(x) = 1 - e^{bx}$

$$\frac{df}{dx} = -e^{bx} \cdot b$$

7)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{ax^2}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{ax^2} \cdot a \cdot 2x$$

8)  $f(x) = \frac{a}{(rx + b)^2}$

$$\frac{df}{dx} = a \cdot (-2) \frac{1}{(rx + b)^3}$$

9)  $f(x) = (x^2 - 1)^4$

$$\frac{df}{dx} = 4(x^2 - 1)^3 \cdot 2x = 8x(x^2 - 1)^3$$

10)  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

$$\frac{df}{dx} = 1 \cdot \sqrt{x^2 + 1} + x \cdot \frac{1}{2}(x^2 + 1)^{-1/2} \cdot 2x = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

1)  $f(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$\frac{df}{dr} = 4 \pi r^2$$

2)  $f(r) = \pi r^2$

$$\frac{df}{dr} = \pi \cdot 2r$$

3)  $f(a) = 6a^2$

$$\frac{df}{da} = 12a$$

4)  $f(r) = \frac{1}{2} m v^2$

$$\frac{df}{dv} = \frac{1}{2} m \cdot 2v = mv$$

5)  $f(r) = \frac{a}{r^2}$

$$\frac{df}{dr} = a \cdot (-2) r^{-3} = -\frac{2a}{r^3}$$

6)  $f(y) = a e^{by}$

$$\frac{df}{dy} = a \cdot e^{by} \cdot b$$

Pr (Válter prístý)

$S = \pi r^2$       $r = 50 \text{ m}$       $\frac{dr}{dt} = 1,5 \text{ m/min}$       $\frac{dS}{dt} = ?$

Řešení:  $\frac{dS}{dt} = \pi \cdot 2r \frac{dr}{dt}$

$\frac{dS}{dt} = \pi \cdot 2 \cdot 50 \cdot 1,5 = 471 \text{ m}^2/\text{min}$

Pr (Teplotní výměna)

T... teplota v místnosti.

T<sub>0</sub>... teplota vzduchu

t... čas

$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$

Pr (Růst u/mírny objem u/mírny množství)

l... délka

l<sub>0</sub>... max. délka

t... čas

$\frac{dl}{dt} = k(l_0 - l)$

Pr (kolmá míra)

y... množství v góloch

t... čas ne dno

$\frac{dy}{dt} = -0,08y - 30$

Př: (Chřipka)

y .. počet nemocných  
t .. čas

$$\frac{dy}{dt} = k \cdot y (M - y)$$

podle počtu nemocných měříme v procentech celé populace,  
je  $M = 1 = 100\%$  a model má tvar

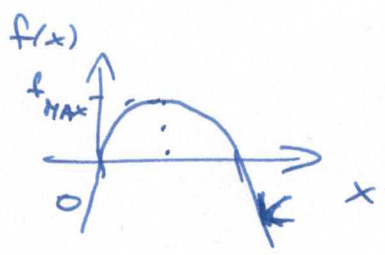
$$\frac{dy}{dt} = k \cdot y (1 - y)$$

k const.  $\geq$  závisí na čase, v každou vlnou podstatně odlišnou  
toto, že  $k = 1$  a model má tvar

$$\frac{dy}{dt} = y (1 - y)$$

Př (dynamickým zotrojením)

$$f(x) = r \cdot x \left(1 - \frac{x}{K}\right)$$



S lovcem h:

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \left(1 - \frac{x}{K}\right) - h$$

pro  $h > f_{max}$  je  $f(x)$  záporní a populace yžne



Pr (balanss, gns)

k ... dem sporek balys + l. troch  
 c ... cema z l. balys + l. c  
 t ... cas u tydmoch

$$\frac{dk}{dt} = 0,5$$

$$\frac{dc}{dt} = 0,2$$

(Total)  $T = k \cdot c$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dk}{dt} \cdot c + k \cdot \frac{dc}{dt}$$

Musim znat jak soucasnou cemu balys - a soucasnou sporeku k.

Pr (klesol)

T... teplota      h... yrs      t... cas

$$\frac{dT}{dt} = 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/s}$$

$$\frac{dT}{dh} = -2 \text{ } ^\circ\text{C/km}$$

$$\frac{dh}{dt} = ?$$

Zrci:

$$\frac{dT}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dT}{dt}}{\frac{dT}{dh}} = \frac{10^{-4}}{-2} = -5 \cdot 10^{-5} \text{ km/s}$$

Pr (krsni v usich)

$$\frac{dp}{du} = -0,12 \text{ } \frac{\text{g cm}^{-2}}{\text{m}^{-1}} \text{ (pklosa)}$$

$$\frac{du}{dt} = -3 \text{ } \text{m s}^{-1} \text{ (jednu z krsu)}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp}{du} \cdot \frac{du}{dt} = -0,12 \cdot (-3) = 0,36 \text{ } \text{g cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$