

Nerovnice

Robert Mařík

29. ledna 2011

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastního testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný [AcroTeXEducation bundle](#), zdrojový soubor pro \TeX a přečíst si návod na [domovské stránce](#).



Teorie

Test

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 1 z 17

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

1. Teorie



Věta 1 (první Bolzanova věta) *Nechť funkce $f(x)$ je spojitá na uzavřeném intervalu $[a, b]$ a platí $f(a) \cdot f(b) < 0$ (tj. $f(a)$ a $f(b)$ mají opačná znaménka). Pak funkce $f(x)$ má na intervalu (a, b) nulový bod, tj. existuje číslo $c \in (a, b)$ s vlastností $f(c) = 0$.*

Věta 2 (spojitost elementárních funkcí) *Elementární funkce jsou spojitě v každém bodě svého definičního oboru.*

Při řešení některé z nerovnic

$$f(x) > 0, \quad f(x) \geq 0, \quad f(x) \leq 0, \quad \text{a} \quad f(x) < 0,$$

postupujeme následovně.

1. Najdeme body nespojitosti funkce $f(x)$.
2. Najdeme řešení rovnice $f(x) = 0$.
3. Body nalezené v předchozích krocích použijeme pro rozdělení reálné osy na podintervaly, na nichž je zajištěno že funkce zachovává znaménko. Toto znaménko lze zjistit například výpočtem funkční hodnoty v libovolném bodě uvažovaného podintervalu. Potom již je zřejmé kde platí $f(x) > 0$ a kde platí opak.



2. Test

Kvíz.

- Pro zadanou nerovnici najděte definiční obor a průsečíky s osou x . Odpověď запиšte jako skupinu čísel oddělenou čárkami (na pořadí nezáleží). Je-li odpověď prázdná množina, napište *nejsou* nebo *nic*.

- Sestavte tabulku se znaménky funkce. Zakreslete na reálnou osu průsečíky a body nespojitosti a poté určte, je-li funkce na jednotlivých intervalech které takto vzniknou kladná, záporná nebo nedefinovaná.

- Poté určete řešení nerovnice. Použijte $[a, b]$ pro uzavřený interval, (a, b) pro otevřený interval, \cup pro sjednocení, inf pro ∞ a $-\text{inf}$ pro $-\infty$. Množinu $\mathbb{R} \setminus (1, 2]$ musíte tedy zapsat jako $(-\text{inf}, 1] \cup (2, \text{inf})$.

Příklad jak vyplnit test

1. Řešte nerovnici $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \leq 0$

(a) Najděte body nespojitosti ?

(b) Vyřešte rovnici $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = 0$?

(c) Doplňte znaménka

(i) <input checked="" type="checkbox"/> kladná <input type="checkbox"/> záporná <input type="checkbox"/> nedefinovaná	(iii) <input type="checkbox"/> kladná <input checked="" type="checkbox"/> záporná <input type="checkbox"/> nedefinovaná	(v) <input checked="" type="checkbox"/> kladná <input type="checkbox"/> záporná <input type="checkbox"/> nedefinovaná
---	---	---

(ii) průsečík
 nespojitost

(iv) průsečík
 nespojitost

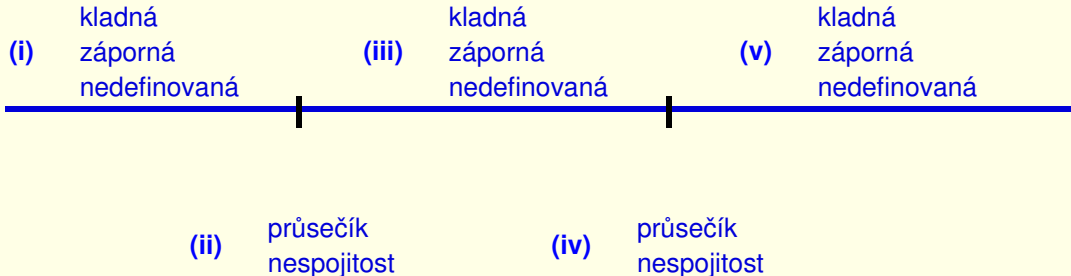
(d) Řešení: ?

1. Řešte nerovnici $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \leq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

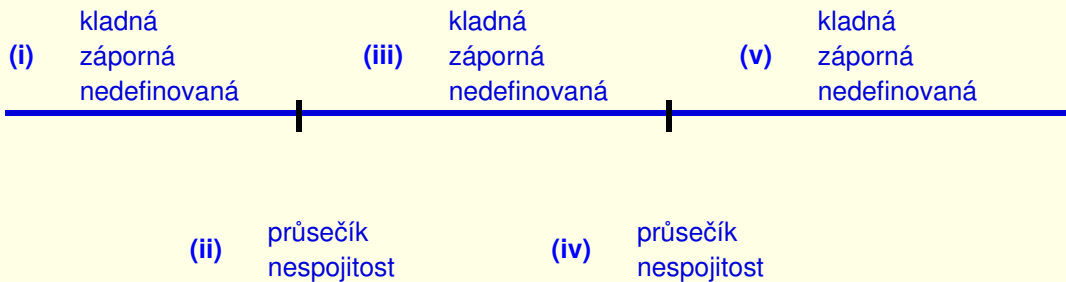


2. Řešte nerovnici $\frac{x-1}{x+2} \leq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{x-1}{x+2} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

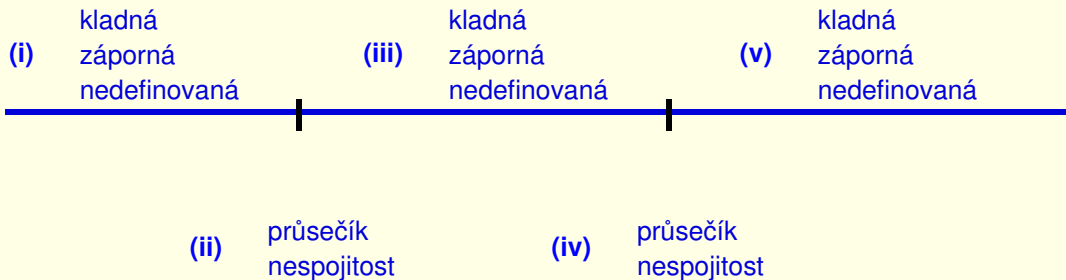


3. Řešte nerovnici $x^2 - 3x + 2 > 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $x^2 - 3x + 2 = 0$

(c) Doplněte znaménka



(d) Řešení:

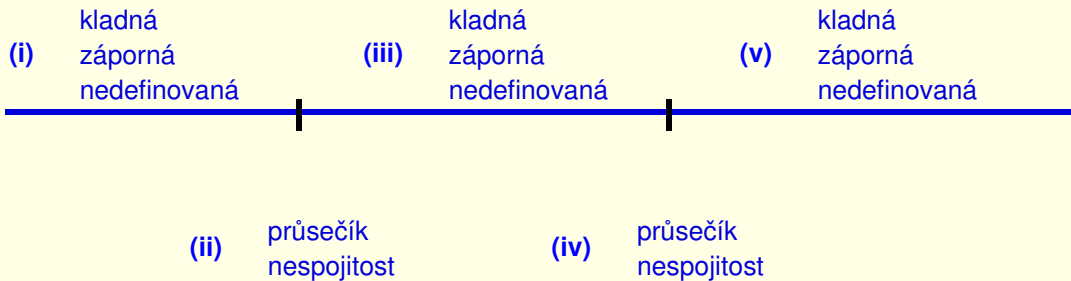


4. Řešte nerovnici $x^2 - 4 \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $x^2 - 4 = 0$

(c) Doplněte znaménka



(d) Řešení:

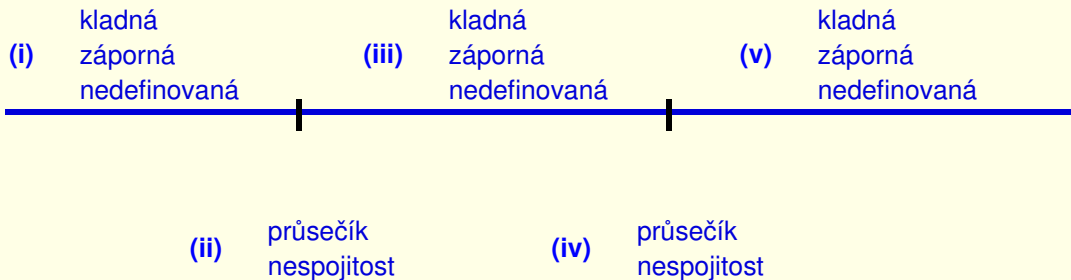


5. Řešte nerovnici $\frac{x^2 - 7x}{x^2 + 4} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{x^2 - 7x}{x^2 + 4} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

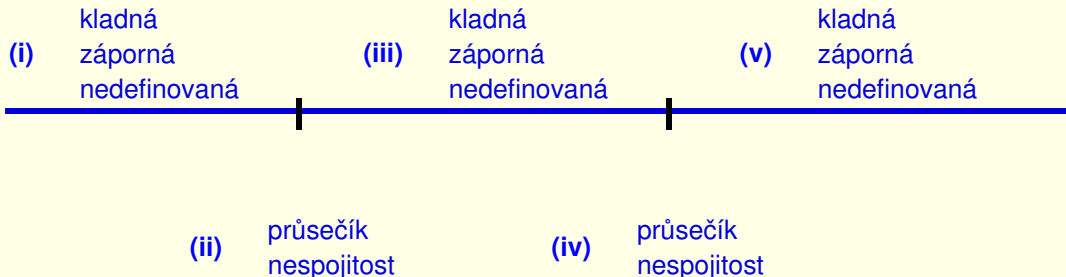


6. Řešte nerovnici $\frac{xe^x}{(x+1)^3} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{xe^x}{(x+1)^3} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

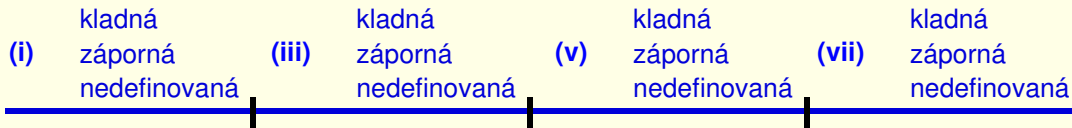


7. Řešte nerovnici $\frac{(x-2)\ln(x)}{x} \leq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{(x-2)\ln(x)}{x} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

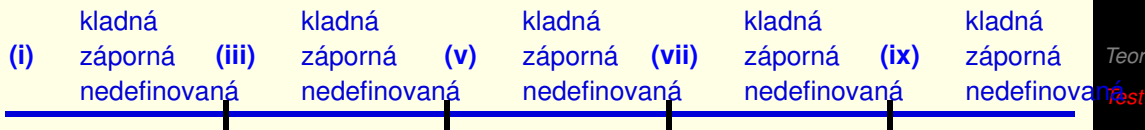


8. Řešte nerovnici $\frac{\ln^2 x - \ln x}{x - 6} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{\ln^2 x - \ln x}{x - 6} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(ii) průsečík nespojitost (iv) průsečík nespojitost (vi) průsečík nespojitost (viii) průsečík nespojitost

(d) Řešení:

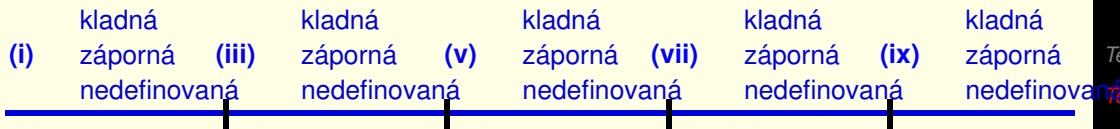


9. Řešte nerovnici $\frac{1 - \ln^2 x}{1 - x} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{1 - \ln^2 x}{1 - x} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(ii) průsečík nespojitost (iv) průsečík nespojitost (vi) průsečík nespojitost (viii) průsečík nespojitost

(d) Řešení:



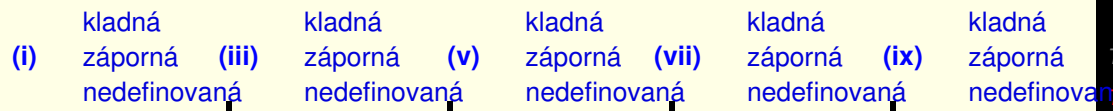


10. Řešte nerovnici $\frac{\ln^2 x + 3 \ln x + 2}{x - 1} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{\ln^2 x + 3 \ln x + 2}{x - 1} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(ii) průsečík nespojitost (iv) průsečík nespojitost (vi) průsečík nespojitost (viii) průsečík nespojitost

(d) Řešení:

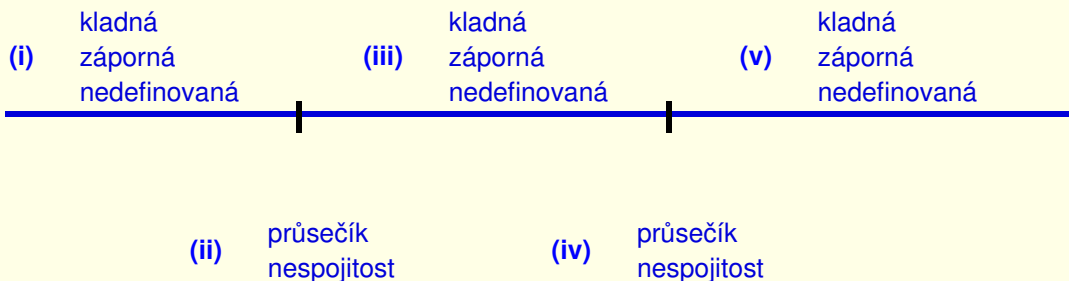


11. Řešte nerovnici $\frac{e^x - 2}{x - 2} \leq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{e^x - 2}{x - 2} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

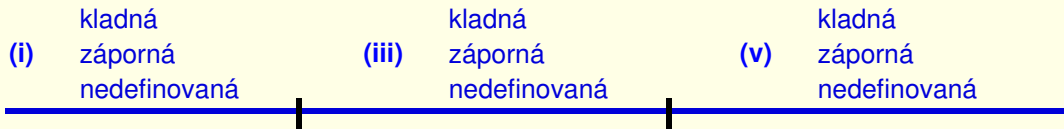


12. Řešte nerovnici $\frac{e^x - 2}{(x + 1)^2} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{e^x - 2}{(x + 1)^2} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

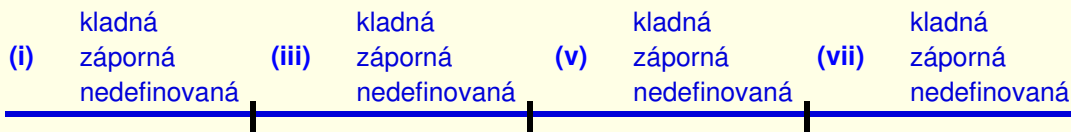


13. Řešte nerovnici $\frac{x(3 - e^x)}{x - 1} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{x(3 - e^x)}{x - 1} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(d) Řešení:

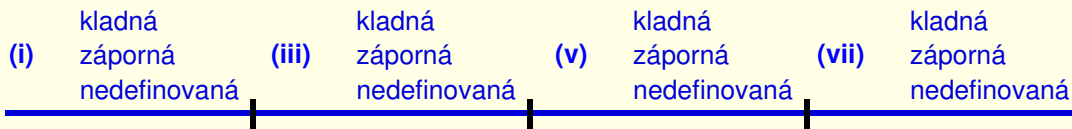


14. Řešte nerovnici $\frac{2e^x - 3}{x^2 - x} \geq 0$

(a) Najděte body nespojitosti

(b) Vyřešte rovnici $\frac{2e^x - 3}{x^2 - x} = 0$

(c) Doplňte znaménka



(ii) průsečík nespojitost

(iv) průsečík nespojitost

(vi) průsečík nespojitost

(d) Řešení: