Lokální extrémy funkcí dvou proměnných
Interaktivní testy

Robert Mařík

29. ledna 2011

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte anketu na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastího testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný AcroTEXeDucation bundle, zdrojový soubor pro TEX a přečíst si návod na domovské stránce.

Quiz V testu máte najít parciální derivace a stacionární body. Pokud to splníte, bude vybrán jeden za stacionárních bodů a v máte rozhodnout pomocí Hessiánu, jestli tam nastává lokální extrém a jaký. Pokud pomocí druhých derivací nejde o kvalitě stacionárního bodu rozhodnout, už nad funkcí dál nebádejte a zaškrtněnte “???”.

1. Studujeme funkci $z = x^2 + y^2$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$$\boxed{}\ ?$$

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

2. Studujeme funkci $z = x^4 + y^4 - 4xy + 30$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

3. Studujeme funkci $z = x^2 - y^2$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

4. Studujeme funkci $z = x^4 + y^4$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$$\boxed{}\ ?$$

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

5. Studujeme funkci $z = 9x - 9y - x^2 - y^2$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

6. Studujeme funkci $z = x^2y^2 - x^2 - y^2$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

7. Studujeme funkci $z = 9xy + \frac{1}{x} + \frac{3}{y}$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

8. Studujeme funkci $z = e^{2x}(x + y^2)$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$$\boxed{}\ ?$$

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???

9. Studujeme funkci $z = 3x^3 + 3x^2y - y^3 - 15x$.

(a) Najděte parciální derivace

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{}\ ?$$

(b) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru `[A,B]; [C,D]; [E,F]; ...`)

$\boxed{}$?

(c) Najděte druhé derivace

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial x)^2} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \boxed{}\ ?$$

$$\frac{\partial^2 z}{(\partial y)^2} = \boxed{}\ ?$$

(d) Vypočtěte Hessián v bodě ???

$$H(\ ???\ ) = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{}\ ?$$

(e) Určete typ stacionárního bodu ???

☐ min ☐ MAX ☐ saddle ☐ ???