




# Homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu Interaktivní kvízy

Robert Mařík

29. ledna 2011

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte  na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastního testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný [AcroT<sub>E</sub>XeDucation bundle](#), zdrojový soubor pro T<sub>E</sub>X  a přečíst si návod na [domovské stránce](#).



Teorie

Dvoučlenná...

Tříčlenná...

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 1 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



# 1. Teorie

**Definice 1 (lineární diferenciální rovnice druhého řádu)** *Budte  $p$  a  $q$  reálná čísla. Diferenciální rovnice*

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1)$$

*se nazývá homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty.*

**Definice 2 (charakteristická rovnice)** *Kvadratická rovnice*

$$z^2 + pz + q = 0. \quad (2)$$

*s neznámou  $z$  se nazývá charakteristická rovnice pro rovnici (1).*

**Věta 1** *Uvažujme DR (1) a její charakteristickou rovnici (2).*

- *Jsou-li  $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$  dva různé reálné kořeny charakteristické rovnice (2), definujeme  $y_1 = e^{z_1 x}$  a  $y_2 = e^{z_2 x}$ .*
- *Je-li  $z_1 \in \mathbb{R}$  dvojnásobným kořenem charakteristické rovnice (2), definujeme  $y_1 = e^{z_1 x}$  a  $y_2 = x e^{z_1 x}$ .*
- *Jsou-li  $z_{1,2} = \alpha \pm i\beta \notin \mathbb{R}$  dva komplexně sdružené kořeny charakteristické rovnice (2), definujeme  $y_1(x) = e^{\alpha x} \cos(\beta x)$  a  $y_2(x) = e^{\alpha x} \sin(\beta x)$ .*

*Potom funkce  $y_1(x)$  a  $y_2(x)$  tvoří fundamentální systém řešení a obecné řešení rovnice (1) je*

$$y(x, C_1, C_2) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x), \quad C_1 \in \mathbb{R}, C_2 \in \mathbb{R}.$$



## 2. Dvoučlenná homogenní LDR druhého řádu

**Kvíz.** LDR druhého řádu se dvěma členy nalevo.

- Najděte charakteristickou rovnici v proměnné  $z$ , napište např. " $z^2+3z-8=0$ ".
- Najděte fundamentální systém řešení (dvě lineárně nezávislá řešení) podle Věty 1 a zapište je jako seznam oddělený čárkami (na pořadí nezáleží). Napište tedy např. " $\exp(x) \cdot \cos(3x), \exp(x) \cdot \sin(3x)$ ".
- Najděte obecné řešení jako lineární kombinaci dvou lineárně nezávislých řešení z předchozího bodu. Použijte konstanty  $A$  a  $B$ ! Pište tedy např. něco jako " $A \cdot \exp(x) \cdot \cos(3x) + B \cdot \exp(x) \cdot \sin(3x)$ ".

### 1. $y'' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

### 2. $y'' - y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

### 3. $y'' + 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$



4.  $y'' - 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

5.  $y'' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

6.  $y'' - 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

7.  $4y'' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

8.  $4y'' - y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

9.  $y'' + 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$



Teorie

Dvoučlenná...

Tříčlenná...

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 5 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

10.  $y'' - 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:

$y(x) =$



### 3. Tříčlenná homogenní LDR druhého řádu

Instrukce jsou stejné jako u předchozího testu.

**Kvíz.**

1.  $4y'' + 4y' - 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

2.  $y'' - 4y' + 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

3.  $y'' - 3y' - 10y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

4.  $y'' + 2y' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

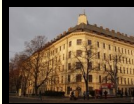
Obecné řešení:  $y(x) =$

5.  $y'' - 2y' + 10y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$



6.  $y'' - 4y' + 13y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

7.  $y'' + y' - 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

8.  $y'' + 6y' + 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

9.  $y'' + y' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

10.  $y'' + y' - 6y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

11.  $4y'' - 4y + y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$



Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀▶

◀▶

Strana 8 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

12.  $y'' - 6y' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

13.  $y'' + 2y' + 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

14.  $2y'' - 5y' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$

15.  $y'' - 4y' + 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v  $z$ ):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:  $y(x) =$