




Integrace substitucí

Robert Mařík

29. ledna 2011

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastího testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný **AcroT_EXeDucation bundle**, zdrojový soubor pro T_EX  a přečíst si návod na **domovské stránce**.



ROBERT MAŘÍK
Integrace substitucí
file int-sub-CZ.tex

Teorie

Test

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 1 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



1. Teorie

Věta 1 (první substituční metoda) *Bud' $f(t)$ spojitá funkce na I , $\phi(x)$ diferencovatelná na J a $\phi(J) = I$. Potom pro $x \in J$ platí*

$$\int f(\phi(x))\phi'(x)dx = \boxed{\begin{array}{l} \phi(x) = t \\ \phi'(x)dx = dt \end{array}} \Rightarrow \int f(t)dt, \quad (1)$$

kde dosadíme $t = \phi(x)$ napravo.


Věta 2 (druhá substituční metoda) *Bud' $f(x)$ spojitá funkce na otevřeném intervalu I , $\phi(t)$ diferencovatelná funkce která nemá stacionární bod na intervalu J a $\phi(J) = I$. Potom na intervalu I platí*

$$\int f(x)dx = \boxed{\begin{array}{l} x = \phi(t) \\ dx = \phi'(t)dt \end{array}} \Rightarrow \int f(\phi(t))\phi'(t)dt, \quad (2)$$

kde napravo dosadíme $t = \phi^{-1}(x)$.



2. Test

- Integrujte substitucí. Pro zadanou substituci najděte vztah mezi diferenciály, převedte integrál do nové proměnné, zintegrujte a použijte zpětnou substituci pro návrat k proměnné x .
 - Do červené pole vepište rovnici obsahující diferenciály dx a dt .
 - Do zeleného pole vepište funkci v proměnné t .
 - Do šedého pole vepište funkci v proměnné x .
- Správné odpovědi do prvního integrálu jsou $2x dx = dt$, $\frac{1}{2}e^t$, $\frac{1}{2}e^t$ a $\frac{1}{2}e^{x^2}$.
- Jako obvykle, správnou odpověď můžete zobrazit kliknutím na tlačítko .
- Jako obvykle: Jakékoliv návrhy a podněty či upozornění na chyby a překlepy jsou vítány!



Kvíz. 1.

$$1. \int x e^{x^2} dx = \boxed{x^2 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$2. \int x e^{-x^2} dx = \boxed{-x^2 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$3. \int x e^{4-x^2} dx = \boxed{4 - x^2 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$4. \int x e^{-x^2} dx = \boxed{x^2 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$5. \int x^2 e^{1-x^3} dx = \boxed{1 - x^3 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$6. \int \sin x \cos x dx = \boxed{\cos x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$7. \int \sin x \cos x dx = \boxed{\sin x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$8. \int \frac{1}{x} \ln x dx = \boxed{\ln x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$



$$9. \int \frac{x}{x^4 + 1} dx = \boxed{x^2 = t} \Rightarrow \int dt$$

$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$10. \int \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1} dx = \boxed{\sqrt{x+1} = t} \Rightarrow \int dt$$

$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$11. \int \sin^2 x \cos x dx = \boxed{\sin x = t} \Rightarrow \int dt$$

$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$12. \int \sin^2 x \cos^3 x dx = \boxed{\sin x = t} \Rightarrow \int dt$$

$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$





$$13. \int 3x \sin(x^2 + 1) dx = \boxed{x^2 + 1 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$14. \int x \sqrt{x^2 + 1} dx = \boxed{x^2 + 1 = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$15. \int x \sqrt{x^2 + 1} dx = \boxed{x^2 + 1 = t^2} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$16. \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx = \boxed{x+1 = t^2} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$



$$17. \int \frac{x}{\sqrt{x+1}+1} dx = \boxed{x+1=t^2} \Rightarrow \int dt$$
$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$18. \int \frac{x}{1+\sqrt{x^2+1}} dx = \boxed{x^2+1=t^2} \Rightarrow \int dt$$
$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$19. \int \frac{\sqrt{x+2}+1}{\sqrt{x+2}-1} dx = \boxed{x+2=t^2} \Rightarrow \int dt$$
$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$

$$20. \int \frac{\sin^2 x \cos x}{1+\sin x} dx = \boxed{\sin x = t} \Rightarrow \int dt$$
$$= \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad + C$$



$$21. \int \frac{\sin x \cos x}{1 + \cos x} dx = \boxed{\cos x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$22. \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = \boxed{e^x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$23. \int \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} dx = \boxed{x+1 = t^2} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$

$$24. \int \frac{1}{1 + e^x} dx = \boxed{e^x = t} \Rightarrow \int \quad dt$$

$$= \quad = \quad + C$$