



# Integrální počet


## Integrace parciálních zlomků

### Interaktivní kvízy

Robert Mařík

29. ledna 2011

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte  na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastního testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný **AcroT<sub>E</sub>XeDucation bundle**, zdrojový soubor pro T<sub>E</sub>X  a přečíst si návod na [domovské stránce](#).



ROBERT MAŘÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 1 z 14


Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



- V tomto souboru si rozdělíme parciální zlomky do několika kategorií a procvičíme si, jak integrovat v jednotlivých případech. (Případ násobných komplexně sdružených kořenů vynecháme.)
- Vyplňte v testu vždy prázdná políčka a stiskněte **Enter**.
- Zelený okraj políčka znamená správnou odpověď, červený špatnou.
- Jako obvykle, pro nápovědu můžete použít tlačítko . Nedělejte to však příliš často, protože všechny výpočty jsou relativně snadné a početně málo obtížné (procvičujeme hlavně metodu).

ROBERT MARÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀◀

▶▶

◀

▶

Strana 2 z 14

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



# 1. Typ A

**Kvíz.** Parciální zlomek tvaru  $\frac{A}{x-c}$  zintegrujeme snadno pomocí vzorce

$$\int \frac{A}{x-c} dx = A \ln(|x-c|) + C.$$

1.  $\int \frac{4}{x+3} dx =$  + C

2.  $\int \frac{3}{x-7} dx =$  + C

3.  $\int \frac{5}{x+9} dx =$  + C

4.  $\int \frac{10}{x+6} dx =$  + C

5.  $\int \frac{5}{x+1} dx =$  + C

Typ A  
Typ B  
Typ C  
Typ D

Úvodní strana  
Print  
Titulní strana  
◀ ▶  
◀ ▶  
Strana 3 z 14  
Zpět  
Full Screen  
Zavřít  
Konec

$$6. \int \frac{-1}{x+3} dx = \quad + C$$

$$7. \int \frac{5}{x-9} dx = \quad + C$$

$$8. \int \frac{7}{x-4} dx = \quad + C$$

$$9. \int \frac{3}{x+2} dx = \quad + C$$

$$10. \int \frac{9}{x} dx = \quad + C$$

$$11. \int \frac{8}{x-2} dx = \quad + C$$

$$12. \int \frac{5}{x-4} dx = \quad + C$$

$$13. \int \frac{6}{x + \sqrt{2}} dx = \quad + C$$





## 2. Typ B

**Kvíz.** Parciální zlomek tvaru  $\frac{A}{(x-c)^n}$ ,  $n > 1$  zintegrujeme pomocí vzorce

$$\int \frac{A}{(x-c)^n} dx = \int A(x-c)^{-n} dx = A \frac{(x-c)^{-n+1}}{-n+1} = \frac{A}{(1-n)(x-c)^{n-1}} + C.$$

$$1. \int \frac{1}{(x+5)^2} dx = \quad + C$$

$$2. \int \frac{5}{(x-2)^3} dx = \quad + C$$

$$3. \int \frac{6}{(x-1)^7} dx = \quad + C$$

$$4. \int \frac{6}{(x+5)^3} dx = \quad + C$$

$$5. \int \frac{5}{x^2} dx = \quad + C$$

$$6. \int \frac{12}{x^3} dx = + C$$

$$7. \int \frac{12}{x^2} dx = + C$$

$$8. \int \frac{12}{x^4} dx = + C$$

$$9. \int \frac{1}{(x+2)^2} dx = + C$$

$$10. \int \frac{1}{(x+1)^5} dx = + C$$

$$11. \int \frac{3}{(x-1)^3} dx = + C$$



ROBERT MARŠIK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀▶

◀▶

Strana 6 z 14

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



### 3. Typ C

Parciální zlomek tvaru  $\frac{Ax + B}{x^2 + \beta^2}$  zapíšeme jako lineární kombinaci dvou *speciálních* zlomků. Čítec prvního zlomku bude  $2x$  (derivace jmenovatele) a čítec druhé zlomku bude  $1$ . Potom využijeme vzorce

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|x| + C$$

a

$$\int \frac{1}{x^2 + \beta^2} dx = \frac{1}{\beta} \operatorname{atan} \frac{x}{\beta} + C$$



**Kvíz.** Doplňte koeficienty lineární kombinace (čísla) do modrých políček a poté najděte primitivní funkci.

$$1. \int \frac{3x+7}{x^2+9} dx = \int \frac{2x}{x^2+9} + \frac{1}{x^2+9} dx$$

=

+ C

$$2. \int \frac{5x-2}{x^2+25} dx = \int \frac{2x}{x^2+25} + \frac{1}{x^2+25} dx$$

=

+ C

$$3. \int \frac{x+1}{x^2+4} dx = \int \frac{2x}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+4} dx$$

=

+ C

$$4. \int \frac{4x-6}{x^2+3} dx = \int \frac{2x}{x^2+3} + \frac{1}{x^2+3} dx$$

=

+ C



$$5. \int \frac{7x+1}{x^2+5} dx = \int \frac{2x}{x^2+5} + \frac{1}{x^2+5} dx$$

= + C

$$6. \int \frac{4-3x}{x^2+9} dx = \int \frac{2x}{x^2+9} + \frac{1}{x^2+9} dx$$

= + C



ROBERT MARŠÍK

Parciální zlomky

file int-parfrac-CZ.tex

Typ A

Typ B

Typ C

Typ D

Úvodní strana

Print

Titulní strana

«

»

◀

▶

Strana 9 z 14

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



# 4. Typ D

Parciální zlomek typu  $\frac{Ax + B}{x^2 + \beta x + \gamma}$  integrujeme podobně jako předchozí

typ: napíšeme zlomek jako lineární kombinaci dvou speciálních zlomků: čitatel prvního zlomku bude  $2x + \beta$  (derivace jmenovatele) a čitatel druhého zlomku bude 1. Ve jmenovateli druhého zlomku doplníme na čtverec a integrujeme podle vzorců

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|x| + C$$

a

$$\int \frac{1}{(x + m)^2 + n^2} dx = \frac{1}{n} \operatorname{atan} \frac{x + m}{n} + C.$$

## Kvíz.

- Upravte nejprve zadanou funkci na požadovaný tvar – musíte najít správná čísla, která je nutno vepsat do modrých políček a derivaci jmenovatele (do červeného políčka) tak aby se funkce v prvním a druhém integrálu rovnaly.

- Nakonec napište celou primitivní funkci do bílého políčka. Integrační konstantu můžete vynechat.

$$1. \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 2x + 2} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$2. \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 9} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 4x + 9} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$3. \int \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 9} dx = \int \frac{\quad}{x^2 - 2x + 9} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$



$$4. \int \frac{-5x - 7}{x^2 + 8x + 20} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 8x + 20} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$5. \int \frac{x - 1}{x^2 - 6x + 10} dx = \int \frac{\quad}{x^2 - 6x + 10} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$6. \int \frac{x - 1}{x^2 + x + 1} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$



$$7. \int \frac{3x + 7}{x^2 + 10x + 29} dx = \int \frac{\quad}{x^2 + 10x + 29} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$8. \int \frac{x - 1}{x^2 - 4x + 6} dx = \int \frac{\quad}{x^2 - 4x + 6} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$

$$9. \int \frac{x + 7}{x^2 - 4x + 8} dx = \int \frac{\quad}{x^2 - 4x + 8} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$

$$= \quad + C$$





$$10. \int \frac{x}{x^2 - x + 1} dx = \int \frac{1}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$
$$= \quad + C$$

$$11. \int \frac{5x - 6}{x^2 + 2x + 10} dx = \int \frac{1}{x^2 + 2x + 10} + \frac{1}{(x + \quad)^2 + \quad} dx$$
$$= \quad + C$$