Teoretická část zkoušky

Vepište písmena správných odpovědí do tabulky

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Test 1

1. *Triviální lineární kombinace* je lineární kombinace, která
   (a) neobsahuje žádný vektor
   (b) je rovna nulovému vektoru
   (c) obsahuje tři trojrozměrné vektory
   (d) má všechny koeficienty rovny nule
   (e) jde vypočítat z hlavy

2. Jestliže funkce f na intervalu I splňuje $f(x) \leq 0$, potom je na intervalu I
   (a) nad osou x
   (b) lichá
   (c) konvexní
   (d) konkávní
   (e) pod osou x

3. Označte implikaci, která je definičním vztahem *liché funkce*
   (a) $a < b \implies f(a) < f(b)$
   (b) $a < b \implies f(a) > f(b)$
   (c) $x \in D(f) \implies f(-x) = -f(x)$
   (d) $x \in D(f) \implies f(-x) = f(x)$
   (e) $a = b \implies f(a) = f(b)$

4. Označte implikaci, která je definičním vztahem *prosté funkce*
   (a) $a < b \implies f(a) < f(b)$
   (b) $x \in D(f) \implies f(-x) = f(x)$
   (c) $f(a) = f(b) \implies a = b$
   (d) $a = b \implies f(a) = f(b)$
   (e) $a < b \implies f(a) > f(b)$

5. *Hornerovo schema* slouží k
   (a) přibližnému výpočtu určitého integrálu
   (b) vystupuje v definici Riemannova integrálu
   (c) metodu nejmenších čtverců
   (d) integraci složené funkce
   (e) nalezení celočíselných kořenů algebraické rovnice s celočíselnými koeficienty

6. Jestliže funkce f má na intervalu I kladnou druhou derivaci, potom je na intervalu I
   (a) rostoucí
   (b) klesající
   (c) konvexní
   (d) nad osou x
   (e) lichá

7. *Transponování* čtvercové matice
   (a) nemění hodnost ani determinant matice
   (b) může měnit hodnost i determinant matice
   (c) nemění determinant matice, může ovlivnit hodnost
   (d) nemění hodnost matice, může ovlivnit libovolným způsobem determinant
   (e) nemění hodnost, mění znaménko determinantu

8. Buď A 3×3 čtvercová matice. Víme, že $\det A = 7$. Které tvrzení o matici A *neplatí*?
   (a) inverzní matice A^{-1} neexistuje
   (b) řádky matice A^T jsou lineárně nezávislé
   (c) $\det(A^T) = 7$
   (d) řádky matice A jsou lineárně nezávislé
   (e) $h(A) = 3$

9. Průsečíky grafů funkcí $y = f(x)$ a $y = g(x)$ určíme z podmínky
   (a) $f(x) = 0$ nebo $g(x) = 0$
   (b) $f(x) \cdot g(x) < 0$
   (c) $f(x) = g(x)$
   (d) $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = 0$
   (e) $f(x) \cdot g(x) = 0$

10. Integrál $\int \frac{1}{x} \sin(\ln x)\, dx$ je typickým příkladem na integraci
    (a) dvakrát per-partés
    (b) substituční metodou
    (c) třikát per-partés
    (d) jednou per-partés
    (e) pomocí vzorce $\int f(ax+b)\, dx$

11. Na příkladu Bolzanovy funkce lze ukázat, že
    (a) v bodě kde je nulová druhá derivace nemusí být nutně inflexní bod
    (b) ve stacionárním bodě funkce nemusí mít vodorovnou tečnu
    (c) lokální extrém nemusí být jen ve stacionárním bodě
    (d) funkce může být spojitá i když její graf není možno nakreslit jedním tahem
    (e) funkce může mít derivaci i v bodě nespojitosti

12. Svislá asymptota se nachází zpravidla v bodě nespojitosti. Že tomu tak nemusí být vždy a že funkce může mít svislou asymptotu i v bodě kde je spojitá se můžeme přesvědčit na příkladu funkce
    (a) $y = \sin x$
    (b) $y = \dfrac{1}{x}$
    (c) $y = \tan x$
    (d) $y = \ln(x-1)$
    (e) Svislá asymptota nemůže být v bodě, kde je funkce spojitá.

Teoretická část zkoušky

Vepište písmena správných odpovědí do tabulky

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Test 2

1. Označte implikaci, která je definičním vztahem *klesající funkce*
   (a) $f(a) = f(b) \implies a = b$
   (b) $a < b \implies f(a) < f(b)$
   (c) $x \in D(f) \implies f(-x) = -f(x)$
   (d) $a = b \implies f(a) = f(b)$
   (e) $a < b \implies f(a) > f(b)$

2. Platí-li $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$, říkáme že funkce f je v bodě a
   (a) sudá
   (b) primitivní
   (c) lichá
   (d) inverzní
   (e) spojitá

3. Platí-li pro všechna $a, b \in I \subseteq D(f)$ implikace $a < b \implies f(a) < f(b)$ říkáme, že funkce f je na intervalu I
   (a) lichá
   (b) rostoucí
   (c) prostá
   (d) sudá
   (e) klesající

4. *Triviální lineární kombinace* je lineární kombinace, která
   (a) má všechny koeficienty rovny nule
   (b) jde vypočítat z hlavy
   (c) je rovna nulovému vektoru
   (d) obsahuje tři trojrozměrné vektory
   (e) neobsahuje žádný vektor

5. K numerickému výpočtu integrálu využiju
   (a) Hornerovo schema
   (b) metodu půlení intervalu
   (c) lichoběžníkové pravidlo
   (d) sličnou kolegyni
   (e) l'Hospitalovo pravidlo

6. Označte, k čemu se obvykle *nepoužívá* derivace
   (a) k hledání lokálních extrémů funkce
   (b) k výpočtu limity l'Hospitalovým pravidlem
   (c) k výpočtu rychlostí změn veličin
   (d) k hledání inverzní funkce
   (e) k lineární aproximaci funkce

7. Buď A 3×3 čtvercová matice. Víme, že $h(A) = 3$. Které tvrzení o matici A *neplatí*?
   (a) $\det A \neq 0$
   (b) řádky matice A^T jsou lineárně nezávislé
   (c) řádky matice A jsou lineárně nezávislé
   (d) $h(A^T) < 3$
   (e) existuje A^{-1}

8. Buď $AX = O$ homogenní soustava lineárních rovnic, kde A je 3×3 matice, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ je vektor neznámých a $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. O matici A víme že má nulový determinant. Co je možno říct o řešitelnosti zadané soustavy lineárních rovnic?
   (a) má nekonečně mnoho řešení, ta závisí na jednom parametru
   (b) obecně nelze vyvodit žádný z uvedených závěrů
   (c) má právě jedno řešení
   (d) má nekonečně mnoho řešení, ta závisí na dvou parametrech
   (e) nemá řešení

9. Vyberte správné znění Newtonovy–Leibnizovy věty: Nechť $F(x)$ je primitivn9 funkcí k $f(x)$. Platí
   (a) $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.
   (b) $\int_a^b f(x)dx = F'(a) - F'(b)$.
   (c) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.
   (d) $\int_a^b F(x)dx = \frac{f(b) - f(a)}{h}$.
   (e) $\int_a^b f(x)dx = f(a) \cdot F(b)$.

10. Diferenciální rovnice se separovanými proměnnými $y' = f(x)g(y)$ může a nemusí mít konstatní řešení. Tato konstatní řešení určujeme z podmínky
    (a) Rovnice nikdy nemůže mít konstantní řešení.
    (b) $g(y) = 0$
    (c) $f(x)g(y) < 0$
    (d) $f(x) = g(x)$
    (e) $f(x) = g(y)$

11. Je-li funkce $F(x)$ primitivní funkcí k funkci $f(x)$ na intervalu I, je $F(x)$ zpravidla spojitá na I. Že tomu tak nemusí být vždy a že primitivní funkce nemusí být spojitá ukazuje příklad integrálu
    (a) $\int \frac{1}{x}\, dx$
    (b) Primitivní funkce je *vždy* spojitá na celém I.
    (c) $\int x e^{-x}\, dx$
    (d) $\int e^{-x^2}\, dx$
    (e) $\int \ln x\, dx$

12. Na příkladu funkce $y = |x|$ lze ukázat, že
    (a) funkce může mít derivaci i v bodě nespojitosti
    (b) lokální extrém nemusí být jen ve stacionárním bodě
    (c) funkce může být spojitá i když její graf není možno nakreslit jedním tahem
    (d) inflexní bod může být i tam, kde není nulová druhá derivace
    (e) v bodě kde je nulová druhá derivace může být lokální extrém

Klíč:

Test 1: d e c c e c a a c b d e

Test 2: e e b a c d d b c b b b