Teoretická část zkoušky

Vepište písmena správných odpovědí do tabulky

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Test 1

1. Matice A je ve schodovitém tvaru, jestliže
   (a) má pod hlavní diagonálou nuly
   (b) nemá řádek složený ze samých nul
   (c) nulové řádky má na konci a každý její nenulový řádek má na začátku více nul než řádek předchozí
   (d) má plnou hodnost
   (e) má nenulový determinant

2. Doplňte vzorec, který umožňuje rychle počítat limity polynomů v nevlastních bodech: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n =$
   (a) $\pm\infty$
   (b) $a_0\infty$
   (c) $a_n\infty$
   (d) $\mp\infty$
   (e) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} a_0x^n$

3. Je-li determinant matice A různý od nuly, matice A se nazývá
   (a) transponovaná
   (b) diagonální
   (c) adjungovaná
   (d) regulární
   (e) schodovitá

4. Označte implikaci, která je definičním vztahem *klesající funkce*
   (a) $x \in D(f) \implies f(-x) = -f(x)$
   (b) $a = b \implies f(a) = f(b)$
   (c) $f(a) = f(b) \implies a = b$
   (d) $a < b \implies f(a) > f(b)$
   (e) $x \in D(f) \implies f(-x) = f(x)$

5. Jak poznáme na grafu funkce f, že bod a je *nulovým bodem* této funkce?
   (a) v bodě a je největší nebo nejmenší funkční hodnota ve srovnání s funkčními hodnotami z nějakého okolí bodu a
   (b) funkci lze v okolí bodu a nakreslit jedním tahem
   (c) bod a je průsečíkem grafu funkce s osou x
   (d) mění se zde konvexnost na konkávnost nebo naopak
   (e) je zde lokální maximum nebo minimum

6. Podle *Bolzanovy věty* spojitá funkce, která na intervalu $[a,b]$ mění znaménko
   (a) je na tomto intervalu integrovatelná
   (b) je na tomto intervalu monotoní
   (c) je na tomto intervalu ohraničená
   (d) má na tomto intervalu alespoň jeden lokální extrém
   (e) má uvnitř tohoto intervalu nulový bod

7. Neutrálním prvkem vzhledem k operaci *sčítání matic* je
   (a) nulová matice
   (b) schodovitý tvar
   (c) determinant
   (d) neutrální prvek nemusí existovat
   (e) jednotkový vektor

8. Buď A 3×3 čtvercová matice. Víme, že $h(A) = 3$. Které tvrzení o matici A *neplatí*?
   (a) $h(A^T) < 3$
   (b) řádky matice A^T jsou lineárně nezávislé
   (c) existuje A^{-1}
   (d) řádky matice A jsou lineárně nezávislé
   (e) $\det A \neq 0$

9. Doplňte správný výsledek: $\int (2x-1)^2\,dx =$
   (a) $\dfrac{(2x-1)^2}{2}$
   (b) $\dfrac{(2x-1)^3}{2}$
   (c) $\dfrac{(2x-1)^2}{3}$
   (d) $\dfrac{(2x-1)^3}{6}$
   (e) $\dfrac{(2x-1)^3}{3}$

10. Doplňte vzorec: $\left(x^n\right)' =$
   (a) x^{n-1}
   (b) $\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$
   (c) $\dfrac{x^{n-1}}{n-1}$
   (d) $\dfrac{x^n}{n}$
   (e) nx^{n-1}

11. Na příkladu funkce $y = x^3$ lze ukázat, že
   (a) funkce může mít derivaci i v bodě nespojitosti
   (b) ve stacionárním bodě nemusí být vždy lokální extrém
   (c) lokální extrém nemusí být jen ve stacionárním bodě
   (d) primitivní funkce nemusí existovat v množině elementárních funkcí
   (e) funkce může být spojitá i když její graf není možno nakreslit jedním tahem

12. V bodě kde má funkce derivaci je tato funkce zpravidla spojitá. Že tomu tak nemusí být vždy a že funkce může mít derivaci i v bodě nespojitosti ukazuje příklad funkce
   (a) $y = x^4$
   (b) V bodě kde má funkce derivaci je *vždy* spojitá.
   (c) $y = x^2$
   (d) $y = |x|$
   (e) $y = x^3$

Teoretická část zkoušky

Vepište písmena správných odpovědí do tabulky

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Test 2

1. Platí-li $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, říkáme že funkce f je v bodě a
   (a) primitivní
   (b) sudá
   (c) inverzní
   (d) lichá
   (e) spojitá

2. Doplňte vzorec, který umožňuje rychle počítat limity polynomů v nevlastních bodech: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n =$
   (a) a_n
   (b) $\mp\infty$
   (c) $a_0\infty$
   (d) $\pm\infty$
   (e) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} a_0x^n$

3. Platí-li pro všechna $a, b \in I \subseteq D(f)$ implikace $f(a) = f(b) \implies a = b$ říkáme, že funkce f je na intervalu I
   (a) rostoucí
   (b) prostá
   (c) klesající
   (d) sudá
   (e) lichá

4. Matice A je ve schodovitém tvaru, jestliže
   (a) má plnou hodnost
   (b) nemá řádek složený ze samých nul
   (c) nulové řádky má na konci a každý její nenulový řádek má na začátku více nul než řádek předchozí
   (d) má pod hlavní diagonálou nuly
   (e) má nenulový determinant

5. Buď $AX = O$ homogenní soustava lineárních rovnic, kde A je 3×3 matice, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ je vektor neznámých a $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. O matici A víme že má nenulový determinant. Co je možno říct o řešitelnosti zadané soustavy lineárních rovnic?
   (a) má právě jedno řešení
   (b) obecně nelze vyvodit žádný z uvedených závěrů
   (c) má nekonečně mnoho řešení, ta závisí na dvou parametrech
   (d) nemá řešení
   (e) má nekonečně mnoho řešení, ta závisí na jednom parametru

6. Jestliže funkce f má na intervalu I kladnou druhou derivaci, potom je na intervalu I
   (a) rostoucí
   (b) konvexní
   (c) klesající
   (d) lichá
   (e) pod osou x

7. Buď A čtvercová matice řádu n. Vyberte tvrzení, které je nutnou a dostatečnou podmínkou pro to aby existovala *inverzní matice* A^{-1}
   (a) $h(A) = 0$
   (b) $\det A = 0$
   (c) řádky matice jsou lineárně nezávislé
   (d) matice A je diagonální
   (e) matice A je jednotková

8. *Hodnost* matice ve schodovitém tvaru je rovna
   (a) součtu čísel v hlavní diagonále
   (b) součinu čísel v hlavní diagonále
   (c) počtu prvků v hlavní diagonále
   (d) počtu nenulových prvků pod hlavní diagonálou
   (e) počtu nenulových řádků matice

9. Uvažujme diferenciální rovnici se separovanými proměnnými $y' = f(x)g(y)$, f a g jsou kladné spojité funkce. Nechť $F(x)$ je funkce primitivní k funkci $f(x)$ a $G(y)$ je primitivní funkcí k $\dfrac{1}{g(y)}$. Obecné řešení rovnice je
   (a) Nelze ze zadaných informací rozhodnout.
   (b) $G(x) = F(x) + C$
   (c) $\dfrac{1}{G(y)} = F(x) + C$
   (d) $G(y) = F(x) + C$
   (e) $y = F(x)G(y) + C$

10. Uvažujme diferenciální rovnici se separovanými proměnnými $y' = f(x)g(y)$, f a g jsou kladné spojité funkce. Nechť $F(x)$ je funkce primitivní k funkci $f(x)$ a $G(y)$ je primitivní funkcí k $g(y)$. Obecné řešení rovnice je
    (a) $y = F(x)G(y) + C$
    (b) $\dfrac{1}{G(y)} = F(x) + C$
    (c) Nelze ze zadaných informací rozhodnout.
    (d) $G(y) = F(x) + C$
    (e) $G(x) = F(x) + C$

11. Svislá asymptota se nachází zpravidla v bodě nespojitosti. Že tomu tak nemusí být vždy a že funkce může mít svislou asymptotu i v bodě kde je spojitá se můžeme přesvědčit na příkladu funkce
    (a) $y = \ln(x-1)$
    (b) $y = \tan x$
    (c) Svislá asymptota nemůže být v bodě, kde je funkce spojitá.
    (d) $y = \dfrac{1}{x}$
    (e) $y = \sin x$

12. Na příkladu Bolzanovy funkce lze ukázat, že
    (a) v bodě kde je nulová druhá derivace nemusí být nutně inflexní bod
    (b) lokální extrém nemusí být jen ve stacionárním bodě
    (c) funkce může mít derivaci i v bodě nespojitosti
    (d) funkce může být spojitá i když její graf není možno nakreslit jedním tahem
    (e) ve stacionárním bodě funkce nemusí mít vodorovnou tečnu

Klíč:

Test 1: c e d d c e a a d e b b

Test 2: e e b c a b c e d c c d