Příklady z matematiky (pro ITS)

František Mošna

Definiční obor:

Zjistěte maximální definiční obor funkce:

1.1 $f(x) = \ln\left(x^2 - 8x - 9\right) + \sqrt{x+2}$ $[\ Df = \langle -2, -1) \cup (9, \infty)\ ]$

1.2 $f(x) = \ln\left(x^2 - 4x - 5\right) - \sqrt{36 - x^2}$ $[\ Df = \langle -6, -1) \cup (5, 6\rangle\ ]$

1.3 $f(x) = \ln\left(x^2 - 7x - 18\right) - \sqrt{100 - x^2}$ $[\ Df = \langle -10, -9) \cup (2, 10\rangle\ ]$

1.4 $f(x) = \ln\left(81 - x^2\right) + \sqrt{x^2 - 10x + 21}$ $[\ Df = \langle -9, 3) \cup \langle 7, 9)\ ]$

1.5 $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10} + \ln\left(49 - x^2\right)$ $[\ Df = (-7, 2\rangle \cup \langle 5, 7)\ ]$

1.6 $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 15} + \ln\left(x + 1\right)$ $[\ Df = (-1, 3\rangle \cup \langle 5, \infty)\ ]$

1.7 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + \ln\left(25 - x^2\right)$ $[\ Df = (-5, 1\rangle \cup \langle 3, 5)\ ]$

1.8 $f(x) = \ln\left(36 - x^2\right) - \sqrt{x^2 - 7x + 10}$ $[\ Df = (-6, 2\rangle \cup \langle 5, 6)\ ]$

1.9 $f(x) = \ln\left(x^2 - 7x + 10\right) + \sqrt{81 - x^2}$ $[\ Df = \langle -9, 2) \cup (5, 9\rangle\ ]$

1.10 $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6} + \ln\left(x + 10\right)$ $[\ Df = (-10, -2\rangle \cup \langle 3, \infty)\ ]$

1.11 $f(x) = \ln\left(x^2 - 7x - 21\right) + \sqrt{x - 2}$ $[\ Df = (7, \infty)\ ]$

1.12 $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2} - \ln\left(5 - x\right)$ $[\ Df = (-\infty, -1\rangle \cup \langle 2, 5)\ ]$

1.13 $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 6} + \ln\left(16 - x^2\right)$ $[\ Df = (-4, -2\rangle \cup \langle 3, 4)\ ]$

1.14 $f(x) = \ln\left(x^2 + 2x - 3\right) + \sqrt{x - 5}$ $[\ Df = \langle 5, \infty)\ ]$

1.15 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x + 5}$ $[\ Df = \langle -5, -1\rangle \cup \langle 3, \infty)\ ]$

1.16 $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 40} + \ln\left(12 - x\right)$ $[\ Df = (-\infty, -8\rangle \cup \langle 5, 12)\ ]$

1.17 $f(x) = \ln\left(x^2 + 3x - 10\right) + \sqrt{x + 8}$ $[\ Df = \langle -8, -5) \cup (2, \infty)\ ]$

1.18 $f(x) = \ln(6-x) + \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ $[\ Df = (-\infty, 2\rangle \cup \langle 4, 6)\ ]$

1.19 $f(x) = \ln\left(x^2 - 9x + 14\right) + \sqrt{x+3}$ $[\ Df = \langle -3, 2) \cup (7, \infty)\ ]$

1.20 $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10} + \ln\left(36 - x^2\right)$ $[\ Df = (-6, -2\rangle \cup \langle 5, 6)\ ]$

1.21 $f(x) = \ln(x+7) + \sqrt{x^2 - 10x + 21}$ $[\ Df = (-7, -3\rangle \cup \langle 7, \infty)\ ]$

1.22 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} + \sqrt{25 - x^2}$ $[\ Df = \langle -5, -1\rangle \cup (3, 5\rangle\ ]$

1.23 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 + 2x - 8}{x+1}} + \ln(7-x)$ $[\ Df = \langle -4, -1) \cup \langle 2, 7)\ ]$

1.24 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x^2 - 6x + 5}} + \ln(10-x)$ $[\ Df = \langle -3, 1) \cup (5, 10)\ ]$

1.25 $f(x) = \ln\dfrac{x-2}{x^2 - 4x - 5} + \sqrt{9-x}$ $[\ Df = (-1, 2) \cup (5, 9\rangle\ ]$

1.26 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2 - 2x - 3}} + \ln\left(36 - x^2\right)$ $[\ Df = (-1, 1\rangle \cup (3, 6)\ ]$

1.27 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2 - 2x - 3}} + \ln\left(25 - x^2\right)$ $[\ Df = (-1, 1\rangle \cup (3, 5)\ ]$

1.28 $f(x) = \sqrt{36 - x^2} - \ln\dfrac{x-3}{x^2 - 6x + 5}$ $[\ Df = (1, 3) \cup (5, 6\rangle\ ]$

1.29 $f(x) = \sqrt{16 - x^2} - \ln\dfrac{x-1}{x^2 + 4x + 3}$ $[\ Df = (-3, -1) \cup (1, 4\rangle\ ]$

1.30 $f(x) = \ln(5-x) + \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2 - 4x + 3}}$ $[\ Df = \langle -1, 1) \cup (3, 5)\ ]$

1.31 $f(x) = \ln\dfrac{x-5}{x^2 + 3x - 4} + \sqrt{10-x}$ $[\ Df = (-4, 1) \cup (5, 10\rangle\ ]$

Inverzní funkce:

K funkci f (prosté na svém maximálním definičním oboru) zjistěte funkci inverzní f^{-1}, včetně definičního oboru Df^{-1} a oboru hodnot Hf^{-1}:

2.1 $f:\ y = \pi + \arcsin(2x-3)$ $[\ f^{-1}:\ y = \frac{1}{2}\left(3 + \sin(x - \pi)\right),\ Df^{-1} = \left\langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\rangle,\ Hf^{-1} = \langle 1, 2\rangle\ ]$

2.2 $f:\ y=\sqrt{\ln(2x-3)}$ $\left[\ f^{-1}:\ y=\frac{1}{2}\left(3+\mathrm{e}^{x^2}\right),\ Df^{-1}=\langle 0,\infty),\ Hf^{-1}=\langle 2,\infty)\ \right]$

2.3 $f:\ y=\pi+2\arcsin\dfrac{x-2}{3}$ $[\ f^{-1}:\ y=2+3\sin\frac{x-\pi}{2},\ Df^{-1}=\langle 0,2\pi\rangle,\ Hf^{-1}=\langle -1,5\rangle\ ]$

2.4 $f:\ y=\pi-2\arcsin(x-5)$ $[\ f^{-1}:\ y=5+\sin\frac{\pi-x}{2},\ Df^{-1}=\langle 0,2\pi\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 4,6\rangle\ ]$

2.5 $f:\ y=\frac{1}{2}\left(3-\sqrt{6-2x}\right)$ $[\ f^{-1}:\ y=-2x^2+6x-\frac{3}{2},\ Df^{-1}=\left(-\infty,\frac{3}{2}\right\rangle,\ Hf^{-1}=(-\infty,3\rangle\ ]$

2.6 $f:\ y=\frac{1}{2}(5+\ln(x-3))$ $[\ f^{-1}:\ y=3+\mathrm{e}^{2x-5},\ Df^{-1}=(-\infty,\infty),\ Hf^{-1}=(3,\infty)\ ]$

2.7 $f:\ y=\frac{1}{2}\left(\pi-\arccos\sqrt{x-3}\right)$ $[\ f^{-1}:\ y=3+\cos^2(\pi-2x),\ Df^{-1}=\left\langle\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 3,4\rangle\ ]$

2.8 $f:\ y=\pi-2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x-1}$ $[\ f^{-1}:\ y=1+\mathrm{tg}^2\frac{\pi-x}{2},\ Df^{-1}=(0,\pi\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 1,\infty)\ ]$

2.9 $f:\ y=\frac{1}{3}\left(4-\mathrm{e}^{-\sqrt{2-x}}\right)$ $[\ f^{-1}:\ y=2-\ln^2(4-3x),\ Df^{-1}=\left\langle 1,\frac{4}{3}\right),\ Hf^{-1}=(-\infty,2\rangle\ ]$

2.10 $f:\ y=\sqrt{\ln(2x-3)}$ $\left[\ f^{-1}:\ y=\frac{1}{2}\left(3+\mathrm{e}^{x^2}\right),\ Df^{-1}=\langle 0,\infty),\ Hf^{-1}=\langle 2,\infty)\ \right]$

2.11 $f:\ y=\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$ $[\ f^{-1}:\ y=2-\frac{1}{\sin^2 x},\ Df^{-1}=\left\langle 0,\frac{\pi}{2}\right\rangle,\ Hf^{-1}=\langle -\infty,1\rangle\ ]$

2.12 $f:\ y=\sqrt{\arcsin(\ln x)}$ $\left[\ f^{-1}:\ y=\mathrm{e}^{\sin x^2},\ Df^{-1}=\left\langle 0,\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 1,\mathrm{e}\rangle\ \right]$

[M S3

2.13 $f:\ y=\sqrt{1-\sqrt{1-\ln x}}$ $\left[\ f^{-1}:\ y=\mathrm{e}^{2x^2-x^4},\ Df^{-1}=\langle 0,1\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 1,\mathrm{e}\rangle\ \right]$

2.14 $f:\ y=\mathrm{arctg}\left(1-\sqrt{x-2}\right)$ $[\ f^{-1}:\ y=2+(1-\mathrm{tg}\,x)^2,\ Df^{-1}=\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right\rangle,\ Hf^{-1}=\langle 2,\infty)\ ]$

Derivace - tečna, normála:

Zjistěte rovnici tečny a rovnici normály k funkci f v bodě T:

3.1 $f(x)=5x+\mathrm{e}^{1-x^2}$ $\quad T=[1,?]$ $\quad [t:\ 3x-y+3=0 \quad n:\ x+3y-19=0]$

3.2 $f(x)=3x-\dfrac{\ln x}{x^2}$ $\quad T=[1,?]$ $\quad [t:\ 2x-y+1=0 \quad n:\ x+2y-7=0]$

3.3 $f(x) = \dfrac{x+3}{\cos x}$ $T = [0, ?]$ $[t:\ x - y + 3 = 0 \qquad n:\ x + y - 3 = 0]$

3.4 $f(x) = 4 \operatorname{arctg} \dfrac{\sqrt{x}}{2}$ $T = [4, ?]$ $[t:\ x - 4y + 4\pi - 4 = 0 \qquad n:\ 4x + y - \pi - 16 = 0]$

3.6 $f(x) = 2\sqrt{\operatorname{arctg} x^2}$ $T = [-1, ?]$
$\left[t:\ 2x + \sqrt{\pi}y - \pi + 2 = 0 \qquad n:\ \sqrt{\pi}x - 2y + 3\sqrt{\pi} = 0\right]$

3.7 $f(x) = 2 + x \ln\left(3x - \sqrt{5 - x^2}\right)$ $T = [1, ?]$ $[t:\ 7x - 2y - 3 = 0 \qquad n:\ 2x + 7y - 16 = 0]$

3.8 $f(x) = 3 + x \ln(x - 1)$ $T = [2, ?]$ $[t:\ 2x - y - 1 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 8 = 0]$

3.9 $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{x}}$ $T = [1, ?]$ $[t:\ 2x - y - 2 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 1 = 0]$

3.10 $f(x) = \sqrt{x+1} + x \cos x$ $T = [0, ?]$ $[t:\ 3x - 2y + 2 = 0 \qquad n:\ 2x + 3y - 3 = 0]$

3.11 $f(x) = 2 + \dfrac{\sin x}{\sqrt{x+9}}$ $T = [0, ?]$ $[t:\ x - 3y + 6 = 0 \qquad n:\ 3x + y - 2 = 0]$

3.12 $f(x) = 5 + 2\sqrt{x} \ln x$ $T = [1, ?]$ $[t:\ 2x - y + 3 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 11 = 0]$

3.13 $f(x) = x \operatorname{arctg}(x - 1)$ $T = [1, ?]$ $[t:\ x - y - 1 = 0 \qquad n:\ x + y - 1 = 0]$

3.14 $f(x) = \mathrm{e}^{1+\cos x} + 2(x - \pi)$ $T = [\pi, ?]$ $[t:\ 2x - y - 2\pi + 1 = 0 \qquad n:\ x + 2y - \pi - 2 = 0]$

3.15 $f(x) = 3 + 2x + \dfrac{x^2}{\cos x}$ $T = [0, ?]$ $[t:\ 2x - y + 3 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 6 = 0]$

3.16 $f(x) = \dfrac{2 \ln x}{\sqrt{x}}$ $T = [1, ?]$ $[t:\ 2x - y - 2 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 1 = 0]$

3.17 $f(x) = \sqrt{\pi} \dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}$ $T = [\pi, ?]$ $\left[t:\ x - 2\pi y - 3\pi = 0 \qquad n:\ 2\pi x + y + 1 - 2\pi^2 = 0\right]$

3.18 $f(x) = \dfrac{8 \cos x}{\sqrt{x+4}}$ $T = [0, ?]$ $[t:\ x + 2y - 8 = 0 \qquad n:\ 2x - y + 4 = 0]$

3.19 $f(x) = 5 + \sqrt{3+x} \ln x$ $T = [1, ?]$ $[t:\ 2x - y + 3 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 11 = 0]$

3.20 $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{x-1}}$ $T = [2, ?]$ $[t:\ 3x - 2y + 4 = 0 \qquad n:\ 2x + 3y - 19 = 0]$

3.21 $f(x) = 2\sqrt{x}\operatorname{arctg}(x-1) \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ 2x - y - 2 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 1 = 0]$

3.22 $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{x+1}} \qquad T = [0, ?]$ $\qquad [t:\ x - 2y + 2 = 0 \qquad n:\ 2x + y - 1 = 0]$

3.23 $f(x) = 3x - \sqrt{x+3}\ln x \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ x - y + 2 = 0 \qquad n:\ x + y - 4 = 0]$

3.24 $f(x) = 2 + (x-1)\operatorname{arctg} x \qquad T = [1, ?]$

$[t:\ \pi x - 4y + 8 - \pi = 0 \qquad n:\ 4x + \pi y - 4 - 2\pi = 0]$

3.25 $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x} \qquad T = [4, ?]$ $\qquad [t:\ 15x - 2y - 36 = 0 \qquad n:\ 2x + 15y - 188 = 0]$

3.26 $f(x) = \sqrt{3+x} + \dfrac{lnx}{x} \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ 5x - 4y + 3 = 0 \qquad n:\ 4x + 5y - 14 = 0]$

3.27 $f(x) = \dfrac{x}{\cos x} \qquad T = [\pi, ?]$ $\qquad [t:\ x + y = 0 \qquad n:\ x - y - 25 = 0]$

3.28 $f(x) = \sqrt{x}\cdot\ln x - 3x \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ 2x + y + 1 = 0 \qquad n:\ x - 2y - 7 = 0]$

3.29 $f(x) = 2 + \sqrt{x+1}\cdot\operatorname{arctg} x \qquad T = [0, ?]$ $\qquad [t:\ x - y + 2 = 0 \qquad n:\ x + y - 2 = 0]$

3.30 $f(x) = 2 + x + e^{\operatorname{tg} x} \qquad T = [0, ?]$ $\qquad [t:\ 2x - y + 3 = 0 \qquad n:\ x + 2y - 6 = 0]$

3.31 $f(x) = \sqrt{x^2+5} \qquad T = [2, ?]$ $\qquad [t:\ 2x - 3y - 5 = 0 \qquad n:\ 3x + 2y - 12 = 0]$

3.32 $f(x) = \ln x\cdot\operatorname{arctg} x \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ \pi\cdot x - 4y - \pi = 0 \qquad n:\ 4x + \pi\cdot y - 4 = 0]$

3.33 $f(x) = 4\operatorname{arctg}\left(2x^2 - 7\right) \qquad T = [2, ?]$

$[t:\ 16x - y + \pi - 32 = 0 \qquad n:\ x + 16y - 16\pi - 2 = 0]$

3.34 $f(x) = x + \sqrt{4 + \ln x} \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ 5x - 4y + 7 = 0 \qquad n:\ 4x + 5y - 19 = 0]$

3.35 $f(x) = -3x + x\cdot\ln x \qquad T = [1, ?]$ $\qquad [t:\ 2x + y + 1 = 0 \qquad n:\ x - 2y - 7 = 0]$

Derivace - průběh funkce:

Zjistěte maximální intervaly, na kterých je funkce f rostoucí, na kterých je klesající a její lokální extrémy:

4.1 $f(x) = \dfrac{x}{e^{x^2+x}}$ $\qquad$ [rostoucí na $\left\langle -1, \frac{1}{2}\right\rangle$, klesající na $(-\infty, -1\rangle$ a na $\left\langle \frac{1}{2}, \infty\right)$,

lokální minimum v bodě -1 a lokální maximum v bodě $\frac{1}{2}$]

4.2 $f(x) = (6x-7)\,e^{6x}$ $\qquad$ [klesající na $(-\infty, 1\rangle$, rostoucí na $\langle 1, \infty)$, lokální minimum v bodě 1]

4.3 $f(x) = x - 3\ln(x+1)$ [klesající na $(-1,2\rangle$, rostoucí na $\langle 2,\infty)$, lokální minimum v bodě 2]

4.4 $f(x) = 9x - 25\,\mathrm{arctg}\,x$ $\Big[$ rostoucí na $\left(-\infty,-\frac{4}{3}\right\rangle$ a na $\left\langle \frac{4}{3},\infty\right)$, klesající na $\left\langle -\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right\rangle$, lokální minimum v bodě $\frac{4}{3}$ a lokální maximum v bodě $-\frac{4}{3}$ $\Big]$

4.5 $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ $\Big[$ rostoucí na $\left(0,\mathrm{e}^2\right\rangle$, klesající na $\left\langle \mathrm{e}^2,\infty\right)$, lokální maximum v bodě e^2 $\Big]$

4.6 $f(x) = x\mathrm{e}^{2x}$ $\Big[$ klesající na $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right\rangle$, rostoucí na $\left\langle -\frac{1}{2},\infty\right)$, lokální minimum v bodě $-\frac{1}{2}$ $\Big]$

4.7 $f(x) = (5x+4)\,\mathrm{e}^{5x}$ [klesající na $(-\infty,-1\rangle$, rostoucí na $\langle -1,\infty)$, lokální minimum v bodě -1]

4.8 $f(x) = x\mathrm{e}^{x}$ [rostoucí na $(-\infty,-1\rangle$, klesajícína $\langle -1,\infty)$, lokální minimum v bodě -1]

4.9 $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x-3}$ [rostoucí na $\langle 1,3)$ a na $(3,\infty)$, klesající na , lokální minimum v bodě 1]

4.10 $f(x) = \sqrt{x}\,(x-3)$ [rostoucí na $(-\infty,1\rangle$, klesající na $\langle 1,\infty)$, lokální minimum v bodě 1]

4.11 $f(x) = \dfrac{x}{1-\sqrt{x}}$ [rostoucí na $\langle 0,1)$ a na $(1,4\rangle$, klesající na $\langle 4,\infty)$, lokální maximum v bodě 4]

4.12 $f(x) = \sqrt{x}\ln x$ $\Big[$ klesající na $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right\rangle$, rostoucí na $\left\langle \frac{1}{\mathrm{e}^2},\infty\right)$, lokální minimum v bodě $\frac{1}{\mathrm{e}^2}$ $\Big]$

4.13 $f(x) = \dfrac{\ln}{x^2}$ $\Big[$ rostoucí na $\left(0,\sqrt{\mathrm{e}}\right\rangle$, klesajícína $\left\langle \sqrt{\mathrm{e}},\infty\right)$, lokální maximum v bodě $\sqrt{\mathrm{e}}$ $\Big]$

4.14 $f(x) = \sqrt{x}\mathrm{e}^{-x}$ $\Big[$ rostoucí na $\left\langle 0,\frac{1}{2}\right\rangle$, klesající na $\left\langle \frac{1}{2},\infty\right\rangle$, lokální maximum v bodě $\frac{1}{2}$ $\Big]$

4.15 $f(x) = \sqrt{x^2+2x+5}$ [klesající na $(-\infty,-1\rangle$, rostoucí na $\langle -1,\infty)$, lokální minimum v bodě -1]

4.16 $f(x) = \sqrt{2x-x^2}$ [rostoucí na $\langle 0,1\rangle$, klesající na $\langle 1,2\rangle$, lokální maximum v bodě 1]

4.17 $f(x) = x - \sqrt{x}$ [klesající na $\langle 0,9\rangle$, rostoucí na $\langle 9,\infty)$, lokální minimum v bodě 9]

4.18 $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln x$ [klesající na $(0,1\rangle$, rostoucí na $\langle 1,\infty)$, lokální minimum v bodě 1]

4.19 $f(x) = x^2 - 8\cdot\ln x$ [klesající na $(0,2\rangle$, rostoucí na $\langle 2,\infty)$, lokální minimum v bodě 2]

4.20 $f(x) = x^2\cdot\sqrt{x+10}$ [rostoucí na $\langle -10,-8\rangle$ a na $\langle 0,\infty)$, klesající na $\langle -8,0\rangle$, lokálnímaximum v bodě -8 a lokalní minimum v bodě 0]

4.21 $f(x) = x \cdot (2 - \ln x)$ $\quad$ [rostoucí na $(0, \mathrm{e}\rangle$, klesající na $\langle \mathrm{e}, \infty)$, lokální maximum v bodě e]

4.22 $f(x) = (4x - 5) \cdot \mathrm{e}^{4x}$ $\quad$ [klesající na $(-\infty, 1\rangle$, rostoucí na $\langle 1, \infty)$, lokální minimum v bodě 1]

4.23 $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ $\quad$ [rostoucí na $(0, \mathrm{e}\rangle$, klesající na $\langle \mathrm{e}, \infty)$, lokální maximum v bodě e]

4.24 $f(x) = x - 2 \cdot \operatorname{arctg} x$ $\quad$ [rostoucí na $(-\infty, -1\rangle$ a na $\langle 1, \infty)$, klesající na $\langle -1, 1\rangle$, lokální maximum v bodě -1 a lokalní minimum v bodě 1]

4.25 $f(x) = \sqrt{x} - 5 \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ $\quad$ [klesající na $(0, 4\rangle$, rostoucí na $\langle 4, \infty)$, lokální minimum v bodě 4]

4.26 $f(x) = \dfrac{4}{x} + 5 \cdot \operatorname{arctg} x$ $\quad$ [rostoucí na $(-\infty, -2\rangle$ a na $\langle 2, \infty)$, klesající na $\langle -2, 0)$ a na $(0, 2\rangle$, lokální maximum v bodě -2 a lokalní minimum v bodě 2]

4.27 $f(x) = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$ $\quad$ [klesající na $\langle 0, 64\rangle$, rostoucí na $\langle 64, \infty)$, lokalní minimum v bodě 64]

4.28 $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2x+10}$ $\quad$ [rostoucí na $\langle -2, 1\rangle$, klesající na $\langle 1, \infty)$, lokální maximum v bodě 1]

4.29 $f(x) = \sqrt{x+2} - \ln x$ $\quad$ $\Big[$ klesající na $\left(0, 2 + 2\sqrt{3}\right\rangle$, rostoucí na $\left\langle 2 + 2\sqrt{3}, \infty\right)$, lokalní minimum v bodě $2 + 2\sqrt{3}$ $\Big]$

4.30 $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2 + x + 4}}$ $\quad$ [klesající na $(-\infty, -3\rangle$, rostoucí na $\langle -3, \infty)$, lokalní minimum v bodě -3]

4.31 $f(x) = \dfrac{1}{x} + 10 \operatorname{arctg} x$ $\quad$ [rostoucí na $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right\rangle$ a na $\left\langle \frac{1}{3}, \infty\right)$, klesající na $\left\langle -\frac{1}{3}, 0\right)$ a na $\left(0, \frac{1}{3}\right\rangle$, lokální maximum v bodě $-\frac{1}{3}$ a lokalní minimum v bodě $\frac{1}{3}$]

4.32 $f(x) = 5 - \sqrt{x} - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$ $\quad$ [rostoucí na $(0, 3\rangle$, klesající na $\langle 3, \infty)$, lokální maximum v bodě 3]

4.33 $f(x) = \ln\left(4\sqrt{x} - x\right)$ $\quad$ [rostoucí na $(0, 4\rangle$, klesající na $\langle 4, 16)$, lokální maximum v bodě 4]

4.34 $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ $\quad$ [rostoucí na $(-\infty, 1)$ a na $\langle 3, \infty)$, klesající na $(1, 3\rangle$, lokalní minimum v bodě 3]

4.35 $f(x) = \mathrm{e}^{3x} - 3\mathrm{e}^{2x} + 5$ $\quad$ [klesající na $(-\infty, \ln 2\rangle$, rostoucí na $\langle \ln 2, \infty)$, lokální minimum v bodě $\ln 2$]

4.36 $f(x) = x - (x^2+1)\operatorname{arctg} x$ [klesající na $(-\infty, \infty)$]

4.37 $f(x) = \ln x - 4\operatorname{arctg} x$ $\Big[$ rostoucí na $\left(0, 2-\sqrt{3}\right\rangle$ a na $\left\langle 2+\sqrt{3}, \infty\right)$, klesající na $\left\langle 2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}\right\rangle$, lokální maximum v bodě $2-\sqrt{3}$ a lokalní minimum v bodě $2+\sqrt{3}$ $\Big]$

4.38 $f(x) = x^6 \cdot \mathrm{e}^{-3x^2-16x}$ [rostoucí na $(-\infty, -3\rangle$ a na $\left\langle 0, \frac{1}{3}\right\rangle$, klesající na $\langle -3, 0\rangle$ a na $\left\langle \frac{1}{3}, \infty\right)$, lokální maximum v bodě -3 a $\dfrac{1}{3}$ a lokalní minimum v bodě 0 $\Big]$

4.39 $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^3+3x}}$ $\Big[$ rostoucí na $\left(0, \sqrt{3}\right\rangle$, klesající na $\left\langle \sqrt{3}, \infty\right)$, lokální maximum v bodě $\sqrt{3}$ $\Big]$

4.40 $f(x) = x - \mathrm{e}^{x-5}$ [rostoucí na $(-\infty, 5\rangle$, klesající na $\langle 5, \infty)$, lokální maximum v bodě 5]

4.41 $f(x) = \operatorname{arctg}(x \cdot \mathrm{e}^x)$ [klesající na $(-\infty, -1\rangle$, rostoucí na $\langle -1, \infty)$, lokalní minimum v bodě -1]

4.42 $f(x) = \dfrac{x^2+1}{(x+2)^3}$ [klesající na $(-\infty, -2), (-2, 1\rangle$ a na $\langle 3, \infty)$, rostoucí na $\langle 1, 3\rangle$, lokální maximum v bodě 3 a lokalní minimum v bodě 1]

4.43 $f(x) = x - 4\arcsin\dfrac{x}{5}$ [klesající na $\langle -5, -3\rangle$ a na $\langle 3, 5\rangle$, rostoucí na $\langle -3, 3\rangle$, lokální minimum v bodě -3 a lokalní maximum v bodě 3]

4.44 $f(x) = x + 3\arccos\dfrac{x}{5}$ [klesající na $\langle -5, -4\rangle$ a na $\langle 4, 5\rangle$, rostoucí na $\langle -4, 4\rangle$, lokální minimum v bodě -4 a lokalní maximum v bodě 4]

Zjistěte maximální intervaly, na kterých je funkce f konvexní, na kterých je konkávní a její body inflexe:

4.45 $f(x) = x^4 + 2x^3 - 36x^2 - 50x + 180$ [konvexní na $(-\infty, -3\rangle$ a na $\langle 2, \infty)$, konkávní na $\langle -3, 2\rangle$, inflexe v bodech -3 a 2]

4.46 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 15$ [konvexní na $(-\infty, 2\rangle$, konkávní na $\langle 2, \infty)$, inflexe v bodě 2]

4.47 $f(x) = x^2(1 - 2\ln x)$ [konvexní na $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right\rangle$, konkávní na $\left\langle \frac{1}{\mathrm{e}}, \infty\right)$, inflexe v bodě $\frac{1}{\mathrm{e}}$]

4.48 $f(x) = x\mathrm{e}^x$ [konkávní na $(-\infty, -2\rangle$, konvexní na $\langle -2, \infty)$, inflexe v bodě -2]

4.49 $f(x) = x\,(x - \ln x)$ [konkávní na $\left(0, \frac{1}{2}\right\rangle$, konkávní na $\left\langle \frac{1}{2}, \infty\right)$, inflexe v bodě $\frac{1}{2}$]

4.50 $f(x) = \left(x^2 - 4x + 5\right) \cdot \mathrm{e}^{-x}$ [konvexní na $(-\infty, 3\rangle$ a na $\langle 5, \infty)$, konkávní na $\langle 3, 5\rangle$, inflexe v bodech 3 a 5]

4.51 $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$ $\Big[$ konkávní na $\left(-\infty, -\sqrt{3}\right\rangle$ a na $\left\langle 0, \sqrt{3}\right\rangle$, konkávní na $\left\langle -\sqrt{3}, 0\right\rangle$ a na $\left\langle \sqrt{3}, \infty\right)$, inflexe v bodech $-\sqrt{3}$, 0 a $\sqrt{3}$ $\Big]$

4.52 $f(x) = \dfrac{2 + \ln x}{\sqrt{x}}$ $\Big[$ konkávní na $\left(0, \sqrt[3]{\mathrm{e}^2}\right\rangle$, konvexní na $\left\langle \sqrt[3]{\mathrm{e}^2}, \infty\right)$, inflexe v bodě $\sqrt[3]{\mathrm{e}^2}$ $\Big]$

4.53 $f(x) = \ln(1 + x^2)$ [konkávní na $(-\infty, -1\rangle$ a na $\langle 1, \infty)$, konkávní na $\langle -1, 1\rangle$, inflexe v bodech -1 a 1]

4.54 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ [konkávní na $(-\infty, 2\rangle$, konkávní na $\langle 2, \infty)$, inflexe v bodě 2]

Integrály:

Vypočítejte integrál:

6.1 $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ $\left[\,-2\cos\sqrt{x} + c\,\right]$

6.2 $\displaystyle\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ $\left[\,2\sin\sqrt{x} + c\,\right]$

6.3 $\displaystyle\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ $\left[\,\sqrt{\ln x} + c\,\right]$

6.4 $\displaystyle\int \frac{dx}{x\ln x}$ $\left[\,\ln\ln x + c\,\right]$

6.5 $\displaystyle\int \frac{2\,\mathrm{arctg}\,x\,dx}{1 + x^2}$ $\left[\mathrm{arctg}^2\,x + c\,\right]$

6.6 $\displaystyle\int 2x \cdot \mathrm{e}^{x^2+3}\,dx$ $\left[\,\mathrm{e}^{x^2+3} + c\,\right]$

6.7 $\displaystyle\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ $\left[\,\sqrt{\ln x} + c\,\right]$

6.8 $\displaystyle\int \frac{\cos(\operatorname{arctg} x)}{1+x^2}\,dx$ [$\sin(\operatorname{arctg} x) \;+c$]

6.9 $\displaystyle\int \frac{3\sqrt{\ln x}\,dx}{x}\,dx$ $\left[\ 2\ln x\sqrt{\ln x}+c\ \right]$

6.10 $\displaystyle\int_0^4 \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+9}}$ [2]

6.11 $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x\,dx}{1+\sin x}$ [$\ln 2$]

6.12 $\displaystyle\int_0^4 \frac{5\operatorname{arctg}\sqrt{x}\,dx}{2\sqrt{x}}$ [-4]

6.13 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{1-\sin x\,dx}{x+\cos x}$ [$\ln(\pi-1)$]

6.14 $\displaystyle\int_2^4 x\ln x\,dx$ [$14\ln 2-3$]

6.15 $\displaystyle\int_0^1 2\operatorname{arctg} x\,dx$ [$\pi/2-\ln 2$]

6.16 $\displaystyle\int_1^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+2x\right)\,dx$ [16]

6.17 $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{\mathrm{e}^x\,dx}{1+\mathrm{e}^x}$ [$\ln 2$]

6.18 $\displaystyle\int_0^2 \frac{(3x^2-2)\,dx}{x^3-2x+1}$ [$\ln 5$]

Vypočítejte obsah rovinného obrazce pod grafem funkce f v mezích od a do b:

6.19 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ $\quad a=0 \quad b=1$ [$\pi/4$]

6.20 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ $\quad a=1 \quad b=3$ [$\ln 3$]

Diferenciální rovnice:

Vyřešte diferenciální rovnici s podmínkou:

6.1 $y'=2x\left(1+y^2\right)$ $\quad y\,(0)=1$ [$y=\operatorname{tg}\left(x^2+\frac{\pi}{4}\right)$]

6.2 $y' = y \operatorname{cotg} x \qquad y(\pi) = -2$ $\qquad [\ y = 2\sin x\ ]$

6.3 $y' = \left(1 + y^2\right)\cos x \qquad y(0) = \sqrt{3}$ $\qquad [\ y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + \sin x\right)\ ]$

6.4 $y' = \dfrac{y}{2\sqrt{x}} \qquad y(0) = -2$ $\qquad \left[\ y = -2\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\ \right]$

6.5 $y' = \dfrac{2\sqrt{y}}{x} \qquad y(1) = 4$ $\qquad \left[\ y = \left(\ln|x| \pm 2\right)^2\ \right]$

6.6 $2y'\sqrt{x} = 1 + y^2 \qquad y(0) = 0$ $\qquad [\ y = \operatorname{tg}\sqrt{x}\ ]$

6.7 $2y'\sqrt{x} = y \qquad y(4) = \mathrm{e}$ $\qquad \left[\ y = \mathrm{e}^{\sqrt{x}-1}\ \right]$

6.8 $y'\left(x^2 + 3\right) = 2x\cos^2 y \qquad y(1) = 0$ $\qquad [\ y = \operatorname{arctg}\left(\ln(x^2+3) - \ln 4\right)\ ]$

6.9 $2y'\sqrt{x}\cos y = 1 \qquad y(0) = 0$ $\qquad [\ y = \arcsin\sqrt{x}\ ]$

6.10 $y' = 2\mathrm{e}^x\sqrt{y} \qquad y(0) = 4$ $\qquad \left[\ y_1 = \left(3 - \mathrm{e}^x\right)^2,\ y_2 = \left(1 + \mathrm{e}^x\right)^2\ \right]$

6.11 $2y'\sqrt{x}\mathrm{e}^y = 1 \qquad y(1) = 0$ $\qquad [\ y = \ln\sqrt{x}\ ]$

6.12 $y' = \dfrac{y}{x^2 + 1} \qquad y(0) = 3$ $\qquad [\ y = 3\mathrm{e}^{\operatorname{arctg} x}\ ]$

6.13 $xy' = y \qquad y(2) = 6$ $\qquad [\ y = 3x\ ]$

6.14 $3y'\left(y \cdot \cos x\right)^2 = 1 \qquad y(0) = 2$ $\qquad \left[\ y = \sqrt[3]{8 + \operatorname{tg} x}\ \right]$

6.15 $2yy' = \dfrac{1}{1 + x^2} \qquad y(0) = 2$ $\qquad \left[\ y = \sqrt{4 + \operatorname{arctg} x}\ \right]$

6.16 $y' = \dfrac{2\sqrt{x}}{\cos^2 x} \qquad y(0) = 0$ $\qquad [\ y = \operatorname{tg}^2 x\ ]$

6.17 $y' = \left(1 + y^2\right) \cdot \cos x \qquad y(0) = \sqrt{3}$ $\qquad [\ y = \operatorname{tg}\left(\sin x + \frac{\pi}{2}\right)\ ]$

6.18 $y' = 3 \cdot \left(x \cdot \cos y\right)^2 \qquad y(0) = 1$ $\qquad [\ y = \operatorname{arctg}\left(x^3 + \frac{\pi}{4}\right)\ ]$

6.19 $2\sqrt{x}y' = 1 + y^2 \qquad y(0) = 0$ $\qquad [\ y = \operatorname{tg}\sqrt{x}\ ]$

6.20 $y' = y\cos x \qquad y(0) = 5$ $\qquad [\ y = 5 \cdot \mathrm{e}^{\sin x}\ ]$

Soustavy lineárních rovnic:

Vyřešte soustavu lineárních rovnic (pomocí elementárních úprav):

7.1

$$\begin{array}{rrrrcr} x & & -2z & +\ t & = & -1 \\ x & +2y & -\ z & -3t & = & 1 \\ & 2y & +2z & +5t & = & 3 \\ 2x & +4y & -\ z & +3t & = & 3 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [1,\frac{1}{2},1,0]+\alpha\,(-38,13,-18,2)\ ]$

7.2

$$\begin{array}{rrrrcr} x & -y & -2z & +t & = & -2 \\ x & +y & -3z & -t & = & -1 \\ x & +y & -2z & +t & = & 10 \\ 3x & +y & -7z & +t & = & 7 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [26,6,11,0]+\alpha\,(-5,0,-2,1)\ ]$

7.3

$$\begin{array}{rrrrcr} 3x & +4y & -\ z & -\ t & = & 1 \\ x & +2y & -\ z & +\ t & = & 1 \\ 2x & +4y & -2z & +7t & = & 5 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [2,-1,0,1]+\alpha\,(-1,1,1,0)\ ]$

7.4

$$\begin{array}{rrrrcr} 2x & +\ y & -2z & +\ t & = & 1 \\ x & +\ y & +\ z & +2t & = & 4 \\ 3x & +2y & & +4t & = & 7 \\ x & +\ y & +2z & +3t & = & 6 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [3,-1,2,0]+\alpha\,(-2,1,-1,1)\ ]$

7.5

$$\begin{array}{rrrrcr} x & -\ y & & +2t & = & 4 \\ 2x & & +3z & -3t & = & 1 \\ 3x & +2y & -5z & +\ t & = & 7 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [2,-2,-1,0]+\alpha\,(0,2,1,1)\ ]$

7.6

$$\begin{array}{rrrrcr} 2x & -3y & +5z & -\ t & = & 7 \\ 3x & +\ y & +2z & -7t & = & 5 \\ 5x & -2y & +8z & -6t & = & 9 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [5,-4,-3,0]+\alpha\,(4,-1,-2,1)\ ]$

7.7

$$\begin{array}{rrrrcr} 2x & +5y & +z & & = & 4 \\ x & +2y & +z & +\ \ t & = & 5 \\ 3x & +2y & -z & +11t & = & -1 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [2,-1,5,0]+\alpha\,(-5,2,0,1)\ ]$

7.8

$$\begin{array}{rrrrcr} 3x & +4y & -\ z & -\ t & = & 1 \\ x & +2y & -\ z & +\ t & = & 1 \\ 2x & +4y & -2z & +7t & = & 7 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [\frac{4}{5},-\frac{1}{5},0,\frac{3}{5}]+\alpha\,(-1,1,1,0)\ ]$

7.9

$$\begin{array}{rrrrcr} x & +2y & +3z & -\ t & = & 5 \\ 2x & +5y & +\ z & +4t & = & 2 \\ 3x & +6y & +4z & -8t & = & 0 \\ \hline \end{array}$$

$[\ [-18,7,3,0]+\alpha\,(26,-11,-1,1)\ ]$

Vektory, hodnost:

Napište vektor $\vec{a}$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ a $\vec{w}$:

8.1 $\vec{a}=(2,-3,3)$, $\vec{u}=(1,2,1)$, $\vec{v}=(3,1,2)$, $\vec{w}=(1,-2,1)$ $[\ \vec{a}=2\vec{u}-\vec{v}+3\vec{w}\ ]$

8.2 $\vec{a} = (4, -3, -5),\ \vec{u} = (2, 1, 3),\ \vec{v} = (1, 1, 4),\ \vec{w} = (3, -2, 1)$ [$\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$]

Zjistěte hodnost matice A:

8.3 $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 3$]

8.4 $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 2$]

8.5 $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 3$]

8.6 $$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & -7 \\ 4 & 7 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 2$]

8.7 $$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 2$]

8.8 $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 3 & 2 \\ -5 & -2 & 6 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$ [hod $A = 2$]

Zjistěte, jsou-li vektory lineárně závislé nebo lineárně nezávislé

8.9 $(2, -3, 2, 1),\ (1, 1, -2, 1),\ (7, -3, -2, 5)$ [lineárně závislé]

8.10 $(3, 1, 1, 2),\ (1, 3, 5, 4),\ (-1, 5, 9, 6)$ [lineárně závislé]

8.11 $(1, 1, -1, 2),\ (1, 2, 2, -2),\ (7, 2, 3, 9)$ [lineárně nezávislé]

8.12 $(1, 2, 1, 2),\ (4, -1, 7, 5),\ (1, -1, 2, 1)$ [lineárně závislé]

8.13 $(2, -1, 3, 4, 1),\ (3, 1, 3, -1, 2),\ (5, 0, 6, 3, 3)$ [lineárně závislé]

8.14 $(4,1,1,3),\ (1,-1,1,-3),\ (3,1,1,1)$ [lineárně nezávislé]

8.15 $(1,3,1,-1),\ (2,2,1,1),\ (3,-1,2,9),\ (1,1,1,2)$ [lineárně závislé]

8.16 $(1,2,3,-1),\ (2,-1,3,1),\ (4,-7,3,5)$ [lineárně závislé]

Determinanty - Cramerovo pravidlo:

Vyřešte pomocí Cramerova pravidla soustavu lineárních rovnic:

9.1
$$\begin{array}{rrrcr} 2x & +y & +z & = & 2 \\ x & +2y & +z & = & 3 \\ 3x & +2y & +z & = & 7 \\ \hline \end{array}$$
[$[2,3,-5]$]

9.2
$$\begin{array}{rrrcr} 2x & +y & & = & 3 \\ x & +2y & +z & = & 3 \\ & y & +2z & = & 5 \\ \hline \end{array}$$
[$[2,-1,3]$]

9.3
$$\begin{array}{rrrcr} x & +3y & +5z & = & 7 \\ 2x & -2y & +2z & = & 6 \\ 3x & -3y & +z & = & 7 \\ \hline \end{array}$$
[$[2,0,1]$]

9.4
$$\begin{array}{rrrcr} 2x & +y & & = & 4 \\ & y & +z & = & 1 \\ 2x & +y & +z & = & 3 \\ \hline \end{array}$$
[$[1,2,-1]$]

9.5
$$\begin{array}{rrrcr} 4x & +y & +z & = & 9 \\ x & & +z & = & -3 \\ & +2y & +z & = & 1 \\ \hline \end{array}$$
[$[2,0,1]$]

9.6
$$\begin{array}{rrrcr} 3x & +3y & +z & = & 0 \\ 2x & -y & +2z & = & 10 \\ 5x & +y & +z & = & 6 \\ \hline \end{array}$$
[$[3,3,0]$]

9.7
$$\begin{array}{rrrcr} x & +3y & -2z & = & -7 \\ x & +y & +z & = & 0 \\ x & -2y & +2z & = & 7 \\ \hline \end{array}$$
[$[1,-2,1]$]

9.8
$$\begin{array}{rrrcr} 2x & +y & -3z & = & 0 \\ 3x & +y & +z & = & 6 \\ x & +2y & +3z & = & 3 \\ \hline \end{array}$$
[$[2,-1,1]$]

9.9
$$\begin{array}{rrrcr} x & +y & +z & = & 6 \\ 2x & -2y & +z & = & 1 \\ 2x & +y & -2z & = & -2 \\ \hline \end{array}$$
[$[1,2,3]$]

9.10
$$\begin{array}{rrrrr} x & +3y & +5z & = & 7 \\ 2x & -2y & +z & = & 5 \\ 3x & -3y & +z & = & 7 \\ \hline \end{array}$$
[$[2, 0, 1]$]

9.11
$$\begin{array}{rrrrr} 3x & -y & +z & = & 1 \\ x & +y & -z & = & 3 \\ 2x & & +z & = & 0 \\ \hline \end{array}$$
[$[1, 0, -2]$]

9.12
$$\begin{array}{rrrrr} 2x & -y & +z & = & 6 \\ x & & -z & = & 1 \\ 3x & +y & -2z & = & 3 \\ \hline \end{array}$$
[$[2, -1, 1]$]

9.13
$$\begin{array}{rrrrr} x & -y & -z & = & 0 \\ 2x & -y & +z & = & 5 \\ x & -3y & & = & -3 \\ \hline \end{array}$$
[$[3, 2, 1]$]

9.14
$$\begin{array}{rrrrr} x & +2y & -z & = & 2 \\ 2x & +y & +z & = & 7 \\ x & -y & +z & = & 2 \\ \hline \end{array}$$
[$[1, 2, 3]$]

9.15
$$\begin{array}{rrrrr} x & +y & -z & = & -7 \\ 2x & +y & +z & = & 4 \\ x & +2y & +z & = & 0 \\ \hline \end{array}$$
[$[1, -3, 5]$]

9.16
$$\begin{array}{rrrrr} x & +2y & +z & = & 7 \\ 2x & +y & +z & = & 8 \\ x & +y & +z & = & 6 \\ \hline \end{array}$$
[$[2, 1, 3]$]

9.17
$$\begin{array}{rrrrr} 2x & +y & & = & 4 \\ & y & +z & = & 1 \\ 2x & +y & +z & = & 3 \\ \hline \end{array}$$
[$[1, 2, -1]$]

9.18
$$\begin{array}{rrrrr} x & & +z & = & 1 \\ 2x & +y & & = & 4 \\ x & +y & +z & = & 1 \\ \hline \end{array}$$
[$[2, 0, -1]$]

9.19
$$\begin{array}{rrrrr} 3x & -y & +2z & = & 4 \\ & y & +3z & = & 9 \\ 2x & +y & -2z & = & 1 \\ \hline \end{array}$$
[$[1, 3, 2]$]

9.20
$$\begin{array}{rrrrr} x & -2y & +z & = & 0 \\ 2x & +y & -3z & = & 5 \\ 3x & -y & -z & = & 6 \\ \hline \end{array}$$
[$[2, 0, 1]$]

Matice - maticové rovnice:

Vyřešte maticovou rovnici (zjistěte X):

10.1 $AX = B - 3X$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \right]$

10.2 $AX + A = 2X$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} \right]$

10.3 $AX = B + X$ $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right]$

10.4 $AX = A - X$ $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \right]$

10.5 $AX - B = 5X$ $A = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 5 & 12 \end{pmatrix} \right]$

10.6 $XA = B - 3X$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

10.7 $AX = B - 3X$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \right]$

10.8 $AX = B - 2X$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ -19 & 3 \end{pmatrix} \right]$

10.9 $AX = B - 2X$ $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]$

10.10 $AX = 2X + B$ $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 10 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right]$

10.11 $XA + B = 3X$ $A = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -5 & 18 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} \right]$

10.12 $AX = B + 4X$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \right]$

10.13 $XA = B - X$ $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -8 & -11 \end{pmatrix} \right]$

10.14 $XA = B + X$ $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \right]$

10.15 $A - 2X = AX$ $A = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -9 & -4 \\ 16 & 7 \end{pmatrix} \right]$

10.16 $AX = B - 4X$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \end{pmatrix} \right]$

10.17 $AX = B$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right]$

10.18 $XA = B - 2X$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 8 & -13 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \right]$

10.19 $AX = B + 2X$ $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 7 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 4 & -11 \end{pmatrix} \right]$

10.20 $AX = B - X$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -9 & -10 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \right]$

10.21 $XA = B - X$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} -5 & 8 \\ -6 & 10 \end{pmatrix} \right]$

10.22 $AX = B - 5X$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right]$

10.23 $XA - A = X$ $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ $\left[X = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \right]$