

Příklady: Slovní úlohy vedoucí na diferenciální rovnice

Základy vyšší matematiky (ZMTL), LDF MENDELU

Sestavte, případně i vyřešte diferenciální rovnice popisující děje v následujících úlohách.

1. Hladina v nádrži se snižuje rychlostí úměrnou druhé odmocnině výšky hladiny.
2. Nečistoty v nádrži se rozkládají rychlostí, která je úměrná množství nečistot v nádrži. Zároveň do nádrže stále přitékají další nečistoty konstantní rychlostí.
3. Kruhová ropná skvrna se rozšiřuje tak, že její poloměr roste rychlostí, která je nepřímo úměrná druhé mocnině poloměru.
4. Populace myší se v dané lokalitě rozmnožuje rychlostí, která je přímo úměrná velikosti populace. Navíc se myši do dané lokality stěhují stále konstantní rychlostí.
5. Při velmi malé koncentraci alkoholu v krvi se alkohol odbourává rychlostí úměrnou velikosti jeho koncentrace. Při větší koncentraci alkoholu v krvi se alkohol odbourává přibližně konstantní rychlostí. Popište obě situace.
6. Uvažujme kapku vody tvaru koule. Rychlost, s jakou se zvětšuje její objem, je přímo úměrná velikosti jejího povrchu. Sestavte diferenciální rovnici popisující změnu objemu kapky v čase.
7. Uvařená káva se v místnosti ochlazuje rychlostí, která je úměrná rozdílu teploty kávy a teploty v místnosti. Sestavte diferenciální rovnici popisující chlazení právě uvařené kávy v místnosti o teplotě T . Poté najděte funkci, která vyjadřuje teplotu kávy v závislosti na čase. Jaké dodatečné informace potřebujeme k přesnému popisu této funkční závislosti?
8. Rychlost růstu některých živočichů je úměrná délce, která jim chybí do jejich maximální délky. Sestavte diferenciální rovnici popisující takový růst.