Příklady: Diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

Základy vyšší matematiky (ZMTL), LDF MENDELU

Najděte všechna řešení.

1. $(1+x^2)y' = (y+1)x^2$ $\quad [y = Ce^{x-\operatorname{arctg} x} - 1]$
2. $(1+x^2)y' = 2x(y-1)$ $\quad [y = C(x^2+1)+1]$
3. $yy' = \dfrac{1-2x}{y}$ $\quad [y = \sqrt[3]{3x(1-x)+C}]$
4. $y' = \sqrt{y}$ $\quad [\sqrt{y} = \dfrac{1}{2}(x+C),\ y=0]$
5. $xy' + y = 0$ $\quad [y = \dfrac{C}{x}]$
6. $y' = y\cos x$ $\quad [y = Ce^{\sin x}]$
7. $y' = (2y+1)\operatorname{cotg} x$ $\quad [y = \dfrac{C\sin^2 x - 1}{2}]$
8. $xy' = y(\ln y - 1)$ $\quad [y = e^{cx+1}]$
9. $xyy' = (y-3)(x^2-2)$ $\quad [e^y(y-3)^3 = C\dfrac{e^{\frac{x^2}{2}}}{x^2}]$

Najděte řešení počáteční úlohy.

1. $(x+1)y' = y-1, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = x+2]$
2. $yy' = \dfrac{y^2+1}{2(x-1)}, \quad y(-1) = 1$ $\quad [y = \sqrt{-x}]$
3. $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{y-1}y' = 0, \quad y(1) = 2$ $\quad [y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}]$
4. $yy'(x+1) = 2, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = 2\sqrt{\ln|x+1|+1}]$
5. $y'y(1+x^2) = x(1+y^2), \quad y(-2) = 1$ $\quad [y = \sqrt{\dfrac{2}{5}x^2 - \dfrac{3}{5}}]$
6. $y'\sin y\cos x = \cos y\sin x, \quad y(0) = \dfrac{\pi}{4}$ $\quad [\cos y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos x]$
7. $y + xy + (x-xy)y' = 0, \quad y(1) = 2$ $\quad [y - \ln|y| = x + \ln|x| + 1 - \ln 2]$
8. $y' + (y-1)\operatorname{tg} x = 0, \quad y(\pi) = 3$ $\quad [y = 1 - 2\cos x]$