Příklady: Lineární diferenciální rovnice prvního řádu

Základy vyšší matematiky (ZMTL), LDF MENDELU

Najděte obecné řešení.

1. $\operatorname{tg} x\, y' - y = 2$ $\quad [y = C \sin x - 2]$
2. $y' - 2y = 4x$ $\quad [y = Ce^{2x} - 2x - 1]$
3. $y' + 2xy = e^{-x^2} x$ $\quad [y = e^{-x^2}(\frac{1}{2}x^2 + C)]$
4. $y' + 2y = e^{3x}$ $\quad [y = \frac{1}{5}e^{3x} + Ce^{-2x}]$
5. $xy' + y - e^x = 0$ $\quad [y = \frac{e^x + C}{x}]$
6. $xy' + y = 1 + \ln x$ $\quad [y = \ln x + \frac{C}{x}]$
7. $y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$ $\quad [y = \frac{1}{\cos x}(C - \frac{1}{2}\cos 2x)]$
8. $y' \cos x + y \sin x = 1$ $\quad [y = C \cos x + \sin x]$
9. $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x$ $\quad [y = e^x(\ln |x| + \frac{1}{2}x^2 + C)]$
10. $y' - \frac{1}{x+1}y = 1$ $\quad [y = (x + 1)(\ln |x + 1| + C)]$
11. $y' + \frac{x}{1+x^2}y = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}}$ $\quad [y = \frac{C - \cos x}{\sqrt{1+x^2}}]$
12. $y' - y\operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ $\quad [y = \frac{x + c}{\cos x}]$
13. $y' + 2xy = 4x$ $\quad [y = Ce^{-x^2} + 2]$

Najděte řešení počáteční úlohy.

1. $y' - y = \frac{(1+x^2)e^x}{x}, \quad y(1) = e$ $\quad [y = (\ln x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2})e^x]$
2. $y' - 2xy = 4xe^{x^2}, \quad y(0) = 1$ $\quad [y = (2x^2 + 1)e^{x^2}]$
3. $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 1$ $\quad [y = x^4]$
4. $y' + y\operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = (\sin x + 2)\cos x]$
5. $y' - 3x^2 y = \frac{e^{x^3}}{1+x^2}, \quad y(0) = -1$ $\quad [y = (\operatorname{arctg} x - 1)e^{x^3}]$
6. $x^2 y' = 2xy - 3, \quad y(-1) = 1$ $\quad [y = \frac{1}{x} + 2x^2]$
7. $(1 - x)(y' + y) = e^{-x}, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = e^{-x}(2 - \ln |x - 1|)]$
8. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}, \quad y(-1) = 0$ $\quad [y = \frac{2(1+x^3)}{3(1+x^2)}]$