

1	2	3	4	5	6	7	Σ

JMÉNO:

DATUM:

1. [6 b.]

(a) Najděte obecné řešení rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

(b) Napište tvar partikulárního řešení rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}.$$

Napište pouze tvar řešení s neurčitými koeficienty, které nedopočítávejte.

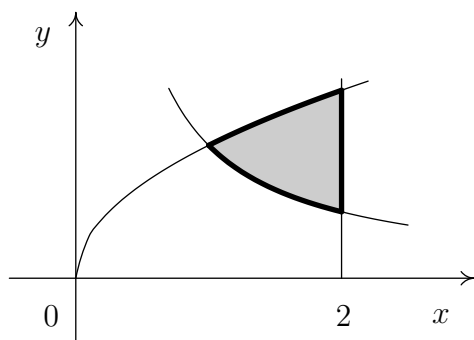
2. [6 b.] Najděte stacionární body autonomního systému a určete jejich typ:

$$x' = x^2 + x - y$$

$$y' = 2x - y$$

3. [8 b.] Je zadán integrál $\iint_{\Omega} 2xy \, dx \, dy$, kde Ω je množina v rovině xy ohraničená křivkami

$$y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 2, \quad \text{viz obrázek:}$$



(a) Integrál vyjádřete jako dvojnásobný pro obě pořadí integrace.

(b) Jedno pořadí integrace si vyberte a integrál vypočtete.

4. [5 b.] Integrál

$$\iint_{\Omega} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx \, dy,$$

kde Ω je množina určená nerovnostmi:

$$x^2 + y^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad x \leq 0,$$

vyjádřete jako dvojnásobný v polárních souřadnicích. Integrál nepočítejte!

5. [6 b.] Vypočtete křivkový integrál

$$\int_c x \, dx + y \, dy,$$

kde c je orientovaná křivka o rovnici $y = \sqrt{x}$ s počátečním bodem $[0, 0]$ a koncovým bodem $[1, 1]$.

6. [13 b.]

(a) Vysvětlete pojmy *obecné řešení*, *partikulární řešení*, *počáteční podmínka* a *počáteční úloha* u diferenciální rovnice prvního řádu.(b) Vysvětlete pojem *autonomní rovnice* a z následujících rovnic vyberte ty, které jsou autonomní:

$$y' = 3xy, \quad y' = y + 3, \quad y' = 3y, \quad y' = x + y$$

(c) Napište důsudek Fubiniho věty pro speciální případ dvojnásobného integrálu, kdy integrujeme funkci tvaru $f(x, y) = g(x)h(y)$ na obdélníku.(d) Nechť c je křivka v rovině daná parametrickými rovnicemi

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in [\alpha, \beta].$$

Napište vztah pro výpočet křivkového integrálu prvního druhu $\int_c f(x, y) \, ds$ pomocí Riemannova integrálu proměnné t .7. [6 b.] Najděte nejkratší cestu z bodu A do bodu G , viz graf na druhé straně písemky.

Graf k příkladu 7:

