

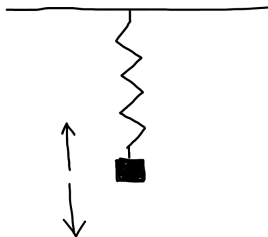
Využití lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu

Základy vyšší matematiky (ZMTL)

LDF MENDELU

Těleso na pružině

Uvažujme těleso o hmotnosti m zavěšené na pružině a jeho pohyb ve svislém směru. Tento pohyb je možné popsat diferenciální rovnicí druhého řádu.



Označme

- $y(t)$... poloha tělesa v čase t , přičemž $y = 0$ vyjadřuje rovnovážný stav
- $y'(t)$... rychlost pohybu tělesa v čase t
- $y''(t)$... zrychlení tělesa v čase t

Pokud natáhneme nebo stlačíme pružinu, dochází ke kmitavému pohybu a těleso se postupně vrací do rovnovážného stavu. Síla, která vrací těleso zpět do rovnovážné polohy, je úměrná výchýlení pružiny, tj.

$$F = -ky.$$

- Pokud na těleso nepůsobí žádné další síly, pak je síla F rovna součinu hmotnosti a zrychlení, tj. $F = my''$ a dostáváme tak rovnici

$$my'' + ky = 0.$$

- Pokud působí vnější síla (odpor vzduchu), která je úměrná rychlosti y' , pak

$$my'' + ly' + ky = 0.$$

- Pokud působí navíc síla nezávislá na poloze a rychlosti, pak

$$my'' + ly' + ky = f(t).$$

- Pokud je počáteční vychýlení tělesa z rovnováhy (v čase $t = 0$) rovno y_0 a počáteční rychlost tělesa je v_0 , pak máme počáteční podmínky

$$y(0) = y_0, \quad y'(0) = v_0.$$

Model růstu výšky stromu

V literatuře lze nalézt model růstu výšky topolu osikovitého pomocí diferenciální rovnice druhého řádu

$$h'' + a(t)h' + bh = c(t),$$

kde

- $h(t)$ vyjadřuje výšku stromu v závislosti na čase t
- $a(t)$ je koeficient zohledňující vlhkost prostředí
- b je koeficient, který vyjadřuje nutriční aspekt (živiny apod.) prostředí
- $c(t)$ je koeficient vlivu teploty

Podrobnosti, viz

R. A. Leary, K. Nimerfro, M. Holdaway, G. Brand, T. Burk, R. Kolka, A. Wolf,
Height growth modeling using second order differential equations and the importance of initial height growth, Forest Ecology and Management 97(1997), 165–172.