

LESLIEHO MODEL VÝVOJE POPULACE

- populace rozdělena do věkových tříd
- pro každou věkovou třídu dána:
 - pravděpodobnost dožít se do další věkové třídy
 - průměrný počet potomků

MODEL PRO 3 VĚKOVÉ TŘÍDY:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{pmatrix}}_{\vec{x}(k+1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix}}_{\vec{x}(k)}$$

$x_i(k)$... počet jedinců i -té třídy
v k -tém období

f_i ... průměrný počet potomků
jedince z i -té třídy

p_i ... pravděpodobnost, že
jedinec i -té třídy se
dožije věku další třídy

$$\vec{x}(k+1) = A \cdot \vec{x}(k)$$

$\vec{x}(0)$... počty jedinců v počátečním období

$$\vec{x}(1) = A \cdot \vec{x}(0)$$

$$\vec{x}(2) = A \cdot \vec{x}(1) = A \cdot A \cdot \vec{x}(0) = A^2 \cdot \vec{x}(0)$$

$$\vec{x}(3) = A \cdot \vec{x}(2) = A \cdot A^2 \cdot \vec{x}(0) = A^3 \cdot \vec{x}(0)$$

⋮

$$\vec{x}(k) = A^k \cdot \vec{x}(0)$$

Pr. Uvažujme populaci rozdělenou do 3 věkových tříd:

1. TŘÍDA : do 1 roku věku, 2. TŘÍDA : od 1 do 2 let, 3. TŘÍDA : od 2 do 3 let.

Předp., že plodní jsou jedinci od 1 roku věku a že jedinec 2. třídy splodí průměrně 1 potomka a jedinec 3. třídy splodí 5 potomků.

Pravděpodobnost, že jedinec 1. třídy se dožije do věku 2. třídy je 0,3 a pravděpodobnost, že jedinec 2. třídy se dožije do věku 3. třídy je 0,5.

Předpokládejme, že na počátku se populace skládá pouze z jedinců 3. třídy.

$$f_1 = 0, f_2 = 1, f_3 = 5$$

$$p_1 = 0,3, p_2 = 0,5$$

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{x}(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}(3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1,5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0 \\ 0,75 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}(4) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0 \\ 0,75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,75 \\ 0,45 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}(5) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3,75 \\ 0,45 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,45 \\ 1,125 \\ 0,225 \end{pmatrix}$$