

Zápočtová písemka z předmětu Matematika (MTL) — ukázka 2

1	2	3	4	5	6	7	\sum

Jméno:

Datum:

1. [8b] Jsou zadané matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Určete, které ze součinů AB , BA , BC , CA lze spočítat a tyto spočtěte. U ostatních zdůvodněte, proč výpočet nelze provést.
 (b) Vypočtěte determinant z matice A .
 (c) Vypočtěte C^2 .

2. [6b] Uvažujme soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &= 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

- (a) Pomocí Gaussovy eliminační metody najděte řešení soustavy.
 (b) Zapište soustavu pomocí maticového násobení.

3. [8b] Zderivujte funkce:

- (a) $y = x^3 \sin x$
 (b) $y = \sqrt{x^2 - x + 2}$
 (c) Vypočtěte parciální derivace podle x a y funkce $z = x^3 \ln(2x - y)$.

4. [4b] Je zadaná funkce $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$. Určete intervaly, kde je funkce konvexní, kde je konkávní a najděte inflexní body.

5. [6b.] Najděte lokální extrémy funkce $z = x^3 + 3y^2 - 6xy$.

6. [8b] Vypočtěte integrály:

$$\begin{aligned} (a) \quad & \int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx \\ (b) \quad & \int \frac{1}{2x + 1} dx \\ (c) \quad & \int_1^2 (x^2 - 2x) dx \end{aligned}$$

7. [10b] Otázky z teorie

- (a) Nechť A je čtvercová matice. Napište jak souvisí existence inverzní matice A^{-1} s hodnotou determinantu této matice.
 (b) Napište definici parciální derivace funkce $f(x, y)$ v bodě (x_0, y_0) podle proměnné x .
 (c) Napište definici stacionárního bodu funkce jedné i dvou proměnných.
 (d) Napište definici primitivní funkce a napište tři primitivní funkce k funkci $\cos x$.

* K získání zápočtu je potřeba získat alespoň 25 bodů (včetně bonusových bodů).