

V kuchyni je teplota 20°C . Za jak dlouho se právě upečená vroucí polévka ochladí na 25°C , pokud po 10 minutách má teplotu 60°C ?

NÁVOD - Newtonův zákon: Rychlost ochlazování tělesa na vzduchu je přímo úměrná rozdílu teploty tělesa a vzduchu.

t ... čas [min]

$T(t)$... teplota polévky [$^{\circ}\text{C}$]

$$T_r = 20^{\circ}\text{C}$$

$$T(0) = 100^{\circ}\text{C}$$

$$T(10) = 60^{\circ}\text{C}$$

$$T(?) = 25^{\circ}\text{C}$$

$$- \frac{dT}{dt} = k(T - 20)$$

$$\boxed{\frac{dT}{dt} = -k(T - 20)}$$

$$\int \frac{1}{T-20} dT = \int -k dt$$
$$\ln(T-20) = -kt + C$$

konst. vřesem!
 $T = 20$
(mezajímá měš)

$$T(0) = 100 : \ln 80 = C$$

$$T(10) = 60 : \ln 40 = -k \cdot 10 + \ln 80$$
$$10k = \ln 80 - \ln 40 = \ln \frac{80}{40} = \ln 2$$

$$k = \frac{\ln 2}{10}$$

$$\ln(T-20) = -kt + C \quad , \quad C = \ln 80, \quad k = \frac{\ln 2}{10}, \quad T(?) = 25^\circ\text{C}$$

$$\ln(T-20) = -\frac{\ln 2}{10}t + \ln 80$$

$$\underline{\underline{T=25}}: \quad \ln 5 = -\frac{\ln 2}{10}t + \ln 80$$

$$\frac{\ln 2}{10}t = \ln 80 - \ln 5 = \ln \frac{80}{5} = \ln 16$$

$$t = \ln 16 \cdot \frac{10}{\ln 2} = \ln 2^4 \cdot \frac{10}{\ln 2} = 4 \cdot \ln 2 \cdot \frac{10}{\ln 2} = \underline{\underline{40 \text{ minutes}}}$$

$$\begin{aligned} T-20 &= e^{-\frac{\ln 2}{10}t + \ln 80} \\ T &= 20 + e^{-\frac{\ln 2}{10}t + \ln 80} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t=0: \quad T &= 20 + e^{\ln 80} \\ &= 20 + 80 \\ &= 100 \end{aligned}$$

