

Populace jelenů v národním parku přibývá rychlostí 10% za rok. Správa parku každý rok odebere 50 jedinců. Napište diferenciální rovnici, která popisuje vývoj populace jelenů v parku.

$t \dots$ čas [rok]

$y(t) \dots$ množství jelenů

• přínástek jelenů za 1 rok:

$$0,1y$$

• úbytek jelenů za 1 rok:

$$50$$

$$\frac{dy}{dt} = 0,1y - 50$$

- lineární rovnice (nehom.)

- zároveň je to rovnice
se separ. prom.

$$\frac{dy}{dt} = 0,1y - 50$$

$$y' - 0,1y = -50 \quad | \cdot e^{-0,1t}$$

$$y' \cdot e^{-0,1t} - 0,1y \cdot e^{-0,1t} = -50 \cdot e^{-0,1t}$$

$$(y \cdot e^{-0,1t})' = -50 \cdot e^{-0,1t}$$

$$y \cdot e^{-0,1t} = -50 \int e^{-0,1t} dt$$

$$y \cdot e^{-0,1t} = -50 \cdot \frac{1}{-0,1} \cdot e^{-0,1t} + C \quad | \cdot e^{0,1t}$$

$$\underline{\underline{y = 500 + C \cdot e^{0,1t}}}$$

int. faktor $e^{-0,1t}$

$$y(0) = y_0$$

(množství jelenů v čase 0)

$$y_0 = 500 + C \cdot e^0$$

$$C = y_0 - 500$$

\Rightarrow

$$\underline{\underline{y = 500 + (y_0 - 500) \cdot e^{0,1t}}}$$