

Příklady: Parciální derivace, tečná rovina a diferenciál

Inženýrská matematika, Vyšší matematika, LDF MENDELU

Parciální derivace

Vypočtěte parciální derivace prvního i druhého řádu.

1. $z = x^3y^2 - 3x^2y^2 - xy + 2x^2 + 5y - 6$

2. $z = e^{xy^2}$

3. $z = \frac{x}{y}$

4. $z = \ln(x^2 + y)$

5. $z = \sin^2(x - y)$

6. $z = \frac{y(x^2 + 1)}{y + 1}$

7. $z = xy^2e^x$

8. $z = \ln\left(\frac{x + 3}{y^2}\right)$

9. $z = \sqrt{x^3y}$

Vypočtěte parciální derivace prvního řádu.

1. $z = \frac{xy^2}{x + y}$

2. $z = x^{\cos y}$

3. $z = x^3 \ln(xy^2)$

4. $z = \arctg \frac{y}{x + 1}$

5. $z = \frac{x^2 + 2}{x - y}$

6. $z = \sqrt{\frac{x^2y}{x + y^2}}$

7. $z = xe^{2y-x^2}$

8. $z = x^2 \ln(x + y)$

9. $z = ye^{\frac{y}{x}}$

10. $z = \frac{(x - y)^3}{x + 2y}$

11. $z = \cos(x - e^y)$

12. $z = y\sqrt{1 + xy^2}$

13. $z = \frac{\sin(x^2y)}{y^2}$

14. $z = \frac{ye^{2x}}{x + y}$

15. $z = \frac{y}{x} \ln(x^2)$

16. $z = xy^2 \sin(x^2 + y)$

17. $z = \frac{e^{2x+y^2}}{x^2}$

18. $z = \frac{\ln(xy^2)}{y^3}$

Tečná rovina

Najděte rovnici tečné roviny dané funkce v daném bodě.

1. $z = x^2y - 3xy + 2$ v bodě $(2, 1)$

3. $z = x^2y + \frac{x}{y}$ v bodě $(1, 2)$

2. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ v bodě $(3, 4)$

4. $z = e^{x^3-y}$ v bodě $(0, 0)$

Lineární aproximace funkce

1. Pomocí lineární aproximace funkce $z = x^y$ v okolí bodu $(1, 2)$ vypočtete přibližně $1,02^{1,97}$.

2. Pomocí lineární aproximace funkce $z = \arctg \frac{x}{y}$ v okolí bodu $(1, 1)$ vypočtete přibližně $\arctg \frac{1,02}{0,95}$.

Diferenciál funkce

1. Určete diferenciál funkce $z = \sqrt{x^2 - y}$ v obecném bodě a v bodě $(2, 3)$.

2. Pomocí diferenciálu určete přibližně o kolik se změní úhlopříčka obdélníku se stranami 12 m a 9 m, zvětší-li se delší strana o 2 cm a kratší strana se o 4 cm zmenší.

[Zmenší se přibližně o 0,8 cm.]

3. Výkon topné spirály je určen vztahem $P = I^2R$, kde I je proud protékající spirálou a R je odpor spirály. Pomocí diferenciálu určete, jak se přibližně změní P , jestliže I vzroste o 10% a R klesne o 5%.

[Vzroste přibližně o 15%.]

4. Objem kužele $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$ počítáme pomocí naměřených hodnot poloměru podstavy r a výšky h . Předpokládejme, že poloměr je naměřen s relativní chybou 2% a výška s relativní chybou 0,5%. Pomocí diferenciálu určete odhad pro relativní chybu ve výpočtu objemu V .

[přibližně 4,5%]