evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklady: Diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

Inženýrská matematika, Vyšší matematika, LDF MENDELU

Najděte všechna řešení.

1. $(1+x^2)y' = (y+1)x^2$ $\quad [y = Ce^{x-\operatorname{arctg} x} - 1]$
2. $(1+x^2)y' = 2x(y-1)$ $\quad [y = C(x^2+1)+1]$
3. $yy' = \dfrac{1-2x}{y}$ $\quad [y = \sqrt[3]{3x(1-x)+C}]$
4. $y' = \sqrt{y}$ $\quad [\sqrt{y} = \frac{1}{2}(x+C),\ y=0]$
5. $xy' + y = 0$ $\quad [y = \frac{C}{x}]$
6. $y' = y\cos x$ $\quad [y = Ce^{\sin x}]$
7. $y' = (2y+1)\operatorname{cotg} x$ $\quad [y = \frac{C\sin^2 x - 1}{2}]$
8. $xy' = y(\ln y - 1)$ $\quad [y = e^{cx+1}]$
9. $xyy' = (y-3)(x^2-2)$ $\quad [e^y(y-3)^3 = C\frac{e^{\frac{x^2}{2}}}{x^2}]$

Najděte řešení počáteční úlohy.

1. $(x+1)y' = y-1, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = x+2]$
2. $yy' = \dfrac{y^2+1}{2(x-1)}, \quad y(-1) = 1$ $\quad [y = \sqrt{-x}]$
3. $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{y-1}y' = 0, \quad y(1) = 2$ $\quad [y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}]$
4. $yy'(x+1) = 2, \quad y(0) = 2$ $\quad [y = 2\sqrt{\ln|x+1|+1}]$
5. $y'y(1+x^2) = x(1+y^2), \quad y(-2) = 1$ $\quad [y = \sqrt{\frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{5}}]$
6. $y'\sin y\cos x = \cos y \sin x, \quad y(0) = \dfrac{\pi}{4}$ $\quad [\cos y = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x]$

7. $y + xy + (x - xy)y' = 0, \quad y(1) = 2$ $[y - \ln|y| = x + \ln|x| + 1 - \ln 2]$
8. $y' + (y - 1)\operatorname{tg} x = 0, \quad y(\pi) = 3$ $[y = 1 - 2\cos x]$

Najděte všechna řešení homogenní rovnice.

1. $y'(xy - x^2) = y^2$ $[y = ce^{\frac{y}{x}}]$
2. $xy' = y \ln \dfrac{y}{x}$ $[y = xe^{cx+1}]$
3. $(x + 2y)\,\mathrm{d}x = x\,\mathrm{d}y$ $[y = cx^2 - x]$

Vytvořeno s podporou projektu Průřezová inovace studijních programů Lesnické a dřevařské fakulty MENDELU v Brně (LDF) s ohledem na disciplíny společného základu `http://akademie.ldf.mendelu.cz/cz` (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0021) za přispění finančních prostředků EU a státního rozpočtu České republiky.