

## Příklady: Dvojný integrál

Inženýrská matematika, Vyšší matematika, LDF MENDELU

### Dvojný integrál na obdélníku

- $\iint_R \frac{y^2}{1+x^2} dx dy$ , kde  $R = [0, 1] \times [-1, 3]$  [ $\frac{7\pi}{3}$ ]
- $\iint_R \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , kde  $R = [-2, 1] \times [1, 3]$  [2]
- $\iint_R \frac{x}{3} dx dy$ , kde  $R = [2, 3] \times [0, 6]$  [5]
- $\iint_R \sqrt{y} dx dy$ , kde  $R = [0, \frac{1}{2}] \times [9, 27]$  [ $27\sqrt{3} - 9$ ]
- $\iint_R e^{x+y} dx dy$ , kde  $R = [0, 1] \times [0, 2]$  [ $e^3 - e^2 - e + 1$ ]
- $\iint_R (x^2 + 2y) dx dy$ , kde  $R = [0, 1] \times [0, 2]$  [ $\frac{14}{3}$ ]
- $\iint_R \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$ , kde  $R = [0, 3] \times [2, 3]$  [ $\ln \frac{5}{4}$ ]
- $\iint_R \cos(x+2y) dx dy$ , kde  $R = [0, \pi] \times [0, \frac{\pi}{2}]$  [-2]

### Dvojný integrál na obecné uzavřené oblasti

- $\iint_{\Omega} (y-x) dx dy$ , kde  $\Omega$  je rovnoběžník s vrcholy  $(-2, 0)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$  [2]
- $\iint_{\Omega} \sin(x+y) dx dy$ , kde  $\Omega$  je trojúhelník s vrcholy  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  [1]

3.  $\iint_{\Omega} x^2 y \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je trojúhelník s vrcholy  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(1, 2)$  [ $\frac{71}{60}$ ]
4.  $\iint_{\Omega} (x + y) \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je množina omezená křivkami  $y = x^2$ ,  $y = x$  [ $\frac{3}{20}$ ]
5.  $\iint_{\Omega} (x - 2y) \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je množina omezená křivkami  $y = \frac{1}{x}$  pro  $x > 0$ ,  $x + y = \frac{5}{2}$  [ $-\frac{9}{16}$ ]
6.  $\iint_{\Omega} xy \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je trojúhelník vymezený přímkami  $y = 0$ ,  $y = x$ ,  $y = 2 - x$  [ $\frac{1}{3}$ ]
7.  $\iint_{\Omega} \frac{x^2}{y^2} \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je množina omezená křivkami  $x = 2$ ,  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$  [ $\frac{9}{4}$ ]
8.  $\iint_{\Omega} (2y + \sqrt{x}) \, dx dy$ , kde  $\Omega$  je množina omezená křivkami  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 1/x$ ,  $x = 4$  [ $\frac{49}{4}$ ]

### Transformace do polárních souřadnic

1.  $\iint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  [ $\frac{4}{3}\pi$ ]
2.  $\iint_{\Omega} 2(x^2 + y^2) \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ ,  $y \geq |x|$  [ $\frac{15}{4}\pi$ ]
3.  $\iint_{\Omega} (x^2 - x + y^2) \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 9$  [ $\frac{81}{2}\pi$ ]
4.  $\iint_{\Omega} x \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq x$  [ $\frac{8}{3}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ ]
5.  $\iint_{\Omega} \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ ,  $y \geq -x$ ,  $x \leq 0$  [ $\frac{\pi}{8} \ln \frac{5}{2}$ ]
6.  $\iint_{\Omega} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x^2 + y^2 \geq 2$ ,  $y \geq x$ ,  $y \leq 0$  [ $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ ]
7.  $\iint_{\Omega} \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy$ ,  $\Omega : x^2 + y^2 \leq 9$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ ,  $y \geq x$ ,  $x \geq 0$  [4]