14. březen: Den π

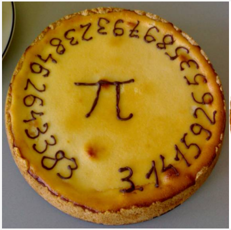
Proč 14. březen?

- Den π se slaví po celém světě 14. března. Datum vzniklo použitím prvních tří cifer v zápisu konstanty π:

$$\mathbf{3,14}1592653\ldots$$

  Super pí den se slavil 14. března 2015 v 9:26:53.

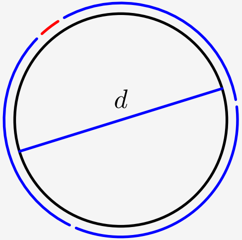
- Tradičně se konzumuje kulatý koláč, jelikož anglické **pie** a π jsou homofony (stejně znějící slova) a navíc π se používá k výpočtu obvodu a obsahu kruhu.



- Čtrnáctého března 1879 se narodil **Albert Einstein**. V Princetonu se koná každoročně velká "Pi Day party".

Co je to π?

- Měřením kruhových objektů se ukázalo, že obvod kruhu je vždy o trochu větší než trojnásobek jeho průměru.



- π je poměr obvodu kruhu O ke svému průměru d (tento poměr je pro všechny kruhy stejný):

$$\pi = \frac{O}{d}$$

- π je také hodnota poměru obsahu kruhu S ke čtverci jeho poloměru r:

$$\pi = \frac{S}{r^2}$$

Zmínka v Bibli

V Bibli ve Starém zákoně (1 *Král* 7, 23) se píše:

> *„Udělal moře z litého kovu o* ***deseti loktech*** *od kraje ke kraji, kruhového obvodu, pět loket vysokých; jeho obvod se změřil nití o* ***třiceti loktech****."*

- Pasáž mluví o obřadním bazénu v paláci krále Šalomouna, který má průměr deset loktů a obvod třicet loktů.
- Někteří z toho usuzují, že autoři přisuzovali konstantě π hodnotu okolo tří, ale jiní se to snaží vysvětlit šestiúhelníkovým bazénem.

Aproximace hodnoty π pomocí mnohoúhelníků

- *Archimedes ze Syrakus (287 – 212 př. n. l.)* aproximoval obvod kruhu pomocí obvodů vepsaných a opsaných mnohoúhelníků. Pomocí 96-úhelníků dokázal, že

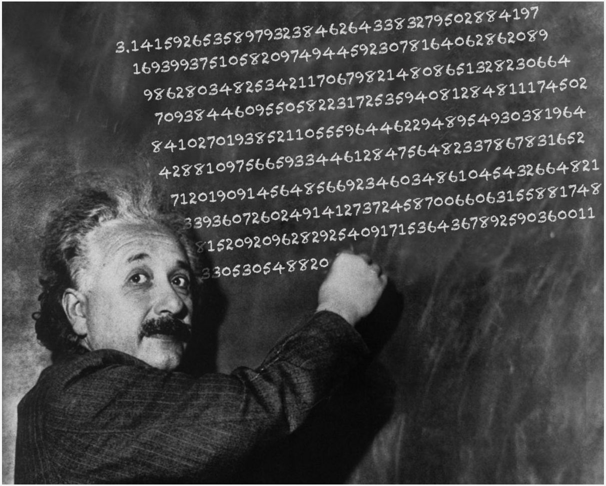
$$223/71 < \pi < 220/70.$$

Průměr těchto hodnot je zhruba $3,14185$. Proto je π někdy nazýváno **Archimédova konstanta**. (Den přibližného π je možné slavit 22. července.)

- Konstantě π se také někdy říká **Ludolfovo číslo** po *Ludolphovi van Ceulenovi (1540 — 1610)* , německém matematikovi, který strávil značnou část svého života počítáním číselné hodnoty konstanty π. Používal podobné metody jako Archimédés a určil π s přesností na 35 desetinných míst (použil k tomu pravidelného mnohoúhelníku o 1 073 741 284 stranách). Na jeho náhrobní kámen v Leidenu je vytesáno číslo

$$3,14159265358979323846264338327950288\ldots$$

Roku 1761 dokázal *Johann Heinrich Lambert*, že π je **iracionání číslo**, což znamená, že jej nelze vyjádřit jako podíl dvou celých čísel a jeho přesnou hodnotu nelze zapsat číslem s konečným počtem desetinných míst.



Stále lepší a lepší odhady a větší počet desetinných míst

- Další zpřesňování odhadů přišlo s vývojem nekonečných řad, diferenciálního a integrálního počtu a s rozvojem počítačů.
- V současnosti je díky počítačům hodnota π spočítaná s přesností na pět bilionů číslic.
- V aplikované matematice se většinou používá zaokrouhlení pouze na několik desítek desetinných míst. Jedenáct desetinných míst například stačí na odhad délky kružnice, která je velká jako Země, s chybou menší než jeden milimetr.
- π se hojně objevuje i v rovnicích, kde se nevyskytuje žádná zřetelná spojitost s kruhy eukleidovské geometrie.

Malá (náhodně zvolená) ukázka několika vzorců

Vzorce pro výpočet π:

- 1706:

$$\pi = 8 \arctan \frac{1}{5} - 4 \arctan \frac{1}{239}, \quad \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots$$

- 1995:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

Vztahy, kde se vyskytuje π:

- $e^{i\pi} = -1$
- Pravděpodobnost, že dvě náhodně zvolená celá čísla jsou nesoudělná, je $\frac{6}{\pi^2}$.
- Gaussův integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$$

Memorování π

- Existuje několik způsobů zapamatování si číslic desetinného rozvoje π, například tzv. piemy, což jsou básně, kde délka každého slova reprezentuje číslici. V angličtině existuje báseň *Cadaeic Cadenza* (Mike Keith, 1996), s jejíž pomocí si lze zapamatovat prvních 3834 číslic π.

- V čestině existují například tyto pomůcky, díky kterým si lze několik číslic π zapamatovat:
  - *Sám u sebe v hlavě magického pí číslic deset mám.*

    $$3,141592653$$

  - *Lín a kapr u hráze prohlídli si rybáře, udici měl novou, jikrnáči neuplavou.*

    $$3,141592653589$$

Kde najít víc?

- https://en.wikipedia.org/wiki/Pi
- http://www.piday.org/
- http://www.pidayprinceton.com/
- http://www.cadaeic.net/