

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

JMÉNO: .....

DATUM: .....

1. [4 b.] Vypočtete parciální derivace funkce

$$z = xy^2 - x^3 + \sqrt{xy}$$

2. [7 b.] Určete vrstevnice funkce

$$z = 2x + y.$$

Graficky, pomocí vrstevnic, najděte absolutní extrémy (maximum i minimum) této funkce na množině určené nerovnostmi:

$$\begin{aligned} x + y &\leq 3 \\ x - 2y &\leq 0 \\ -x + y &\leq 2 \\ x, y &\geq 0. \end{aligned}$$

3. [10 b.] Parciální derivace

- (a) Napište definici parciálních derivací funkce  $f(x, y)$  podle proměnné  $x$  a  $y$  v bodě  $[x_0, y_0]$ .
- (b) Jakou hodnotu mají parciální derivace v bodě  $[x_0, y_0]$ , je-li bod  $[x_0, y_0]$  tzv. stacionární bod?
- (c) Napište Schwarzovu větu.
- (d) Spočtete smíšené parciální derivace druhého řádu funkce  $z = x^2y^3$  a ověřte, že platí Schwarzova věta.

4. [8 b.]

- (a) Najděte obecné řešení rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

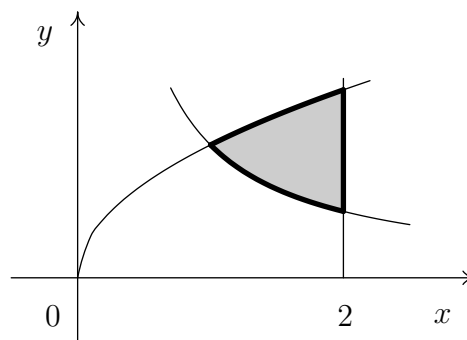
- (b) Napište tvar partikulárního řešení rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}.$$

Napište pouze tvar řešení s neurčitými koeficienty, které nedopočítávejte.

5. [10 b.] Je zadáný integrál
- $\iint_{\Omega} 2xy \, dx dy$
- , kde
- $\Omega$
- je množina v rovině
- $xy$
- ohraničená křivkami

$$y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 2, \quad \text{viz obrázek:}$$



- (a) Integrál vyjádřete jako dvojnásobný pro obě pořadí integrace.
- (b) Jedno pořadí integrace si vyberte a integrál vypočtete.

6. [6 b.] Integrál

$$\iint_{\Omega} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy,$$

kde  $\Omega$  je množina určená nerovnostmi:

$$x^2 + y^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad x \leq 0,$$

vyjádřete jako dvojnásobný v polárních souřadnicích. Integrál nepočítejte!