

Součástka_6

Odvození polohy okraje podstavné desky,
který je geometricky společnou tečnou dvou kružnic

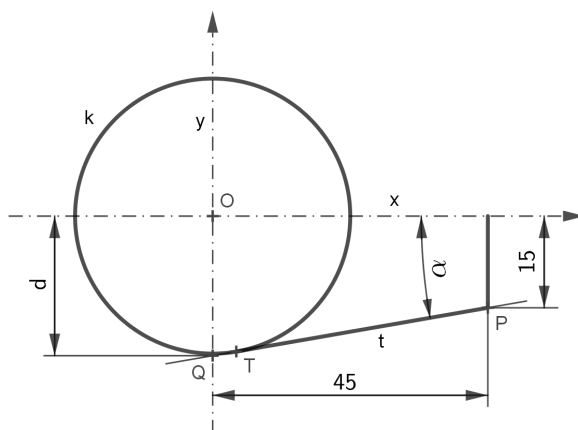
Zavedeme souřadnicový systém $\langle O, x, y \rangle$ tak, aby počátek O byl středem kružnice k , jejíž poloměr je $r = 22,5$.

$$k : x^2 + y^2 = 22,5^2$$

Tvar podstavné desky součástky je definován polohou bodu $P = [45; -15]$.

Okraj podstavné desky součástky je částí tečny t , kterou ke kružnici k vedeme z bodu P . Budeme hledat souřadnice x_0 a y_0 bodu dotyku T tečny t s kružnicí k .

Rovnice tečny t má tvar $x \cdot x_0 + y \cdot y_0 = 22,5^2$.



Protože $P \in t$, dosadíme souřadnice bodu P do rovnice přímky t , čímž získáme rovnici

$$\begin{aligned} 45 \cdot x_0 - 15 \cdot y_0 &= 506,25 \\ y_0 &= \frac{45 \cdot x_0 - 506,25}{15} \\ y_0 &= 3 \cdot x_0 - 33,75 \end{aligned}$$

Bod dotyku $T = [x_0; y_0]$ je bodem kružnice k , proto

$$x_0^2 + y_0^2 = 506,25$$

Po dosazení řešíme kvadratickou rovnici

$$\begin{aligned} x_0^2 + (3 \cdot x_0 - 33,75)^2 &= 506,25 \\ 10 \cdot x_0^2 - 202,5 \cdot x_0 + 632,8125 &= 0 \end{aligned}$$

Ze dvou možných kořenů x_0 vybereme vzhledem ke tvaru podstavné desky součástky hodnotu $x_0 = 3,861265092$ a dopočítáme souřadnici $y_0 = -22,16620472$.

Nyní určíme parametrické rovnice tečny t , která prochází body P a T .

$$\vec{u} = \overrightarrow{PT} = T - P = (x_0 - 45; y_0 + 15)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 45 + t \cdot (x_0 - 45) \\ y &= -15 + t \cdot (y_0 + 15) \end{aligned} \right\} \text{rovnice tečny } t$$

Najdeme y -ovou souřadnici bodu Q , který je průsečíkem tečny t s osou $y : x = 0$. Tím získáme velikost neznámé kóty d .

$$0 = 45 + t \cdot (x_0 - 45) \Rightarrow t = \frac{45}{45 - x_0}$$

$$y = -15 + \frac{45}{45 - x_0} \cdot (y_0 + 15)$$

```
> rov:=10*x^2-202.5*x+632.8125=0;
      rov := 10 x^2 - 202.5 x + 632.8125 = 0
> fsolve(rov,x);
      3.861265092, 16.38873491
> x_0:=fsolve(rov,x,x=0..5);
      x_0 := 3.861265092
> y_0:=3*x_0-33.75;
      y_0 := -22.16620472
> y:=-15+45/(45-x_0)*(y_0+15);
      y := -22.83882181
```

Hodnotu $d = 22,83882181$ zaokrouhlíme na 22,84 mm.

Pro úplnost ještě dopočítáme úhel α , který tečna t svírá s osou x .

Poloha osy x je dána vektorem $\vec{u} = (-1; 0)$, přičemž jeho orientaci volíme tak, aby byl úhel α menší než 90° .

Tečna t prochází body $P = [45; -15]$ a $Q = [0; -22,84]$.

$\vec{v} = \overrightarrow{PQ} = Q - P = (-45; -7,84)$.

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1 \cdot (-45) + 0 \cdot (-7,84)}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-45)^2 + (-7,84)^2}} = \frac{45}{\sqrt{2086,47}} \doteq 0,9852 \Rightarrow \alpha \doteq 9^\circ 53'$$

$$\text{Velikost sklonu tečny } t \text{ určíme jako } \operatorname{tg} \alpha \doteq 0,174 = \frac{0,174}{1} = \frac{1}{1 : 0,174} = \frac{1}{5,74} = 1 : 5,74.$$

$$\text{Případně spočítáme poměr } S = \frac{22,84 - 15}{45} = \frac{7,84}{45} = \frac{1}{45 : 7,84} = 1 : 5,74.$$