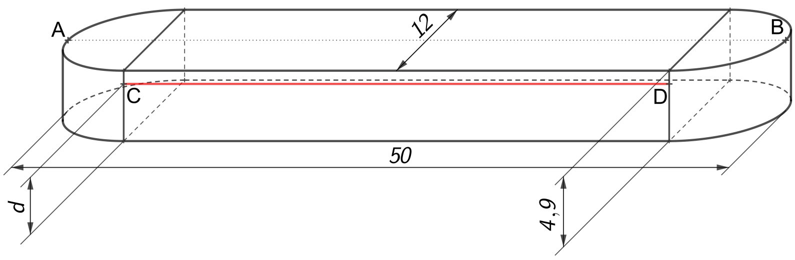
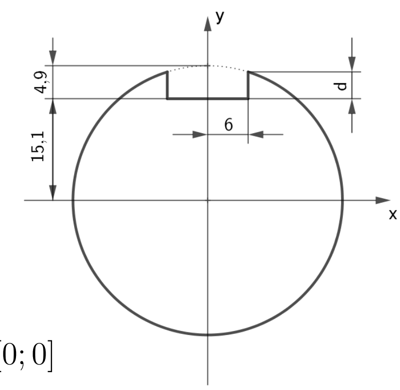
Součástka_4

Zobrazení křivky na válcové ploše, která je okrajem drážky pro pero, a odvození příslušných rozměrů

Drážka pro pero vznikne na součásce tak, že z válce o průměru 40 mm, který tvoří součástku, odstraníme (přesněji řečeno odečteme) těleso, které je omezeno dvěma válcovými plochami a hranolovou plochou.



Zadanou hloubku drážky 4,9 mm odměřujeme od nejvyššího bodu na válci, výšku $4,9$ mm od horního okraje drážky ke dnu drážky naměříme pouze v krajních bodech A a B. Hranolová plocha, která tvoří tvoří drážku, protne válec ve dvou vodorovných úsečkách, z nichž jedna je označena CD. Body na úsečce CD mají ode dna drážky vzdálenost d menší než $4,9$ mm, kterou dopočítáme. Mezi body A a C, resp. B a D je horním okrajem drážky průniková křivka mezi dvěma válci (plochy 2. stupně=*kvadriky*), což je křivka 4. stupně, neboli *kvartika*.



$x^2 + y^2 = r^2 \dots$ rovnice kružnice o poloměru r se středem v bodě $[0; 0]$
$x^2 + y^2 = 400 \dots$ rovnice kružnice, která je příčným řezem válce.

Dno drážky má šířku 12 mm, určíme y-ovou souřadnici bodu K na kružnici, jehož x-ová souřadnice je rovna 6 mm: $K = [6; y]$

$$36 + y^2 = 400 \;\Rightarrow\; y^2 = 364 \;\Rightarrow\; y_{1,2} = \pm\sqrt{364} = \pm 2\sqrt{91}$$

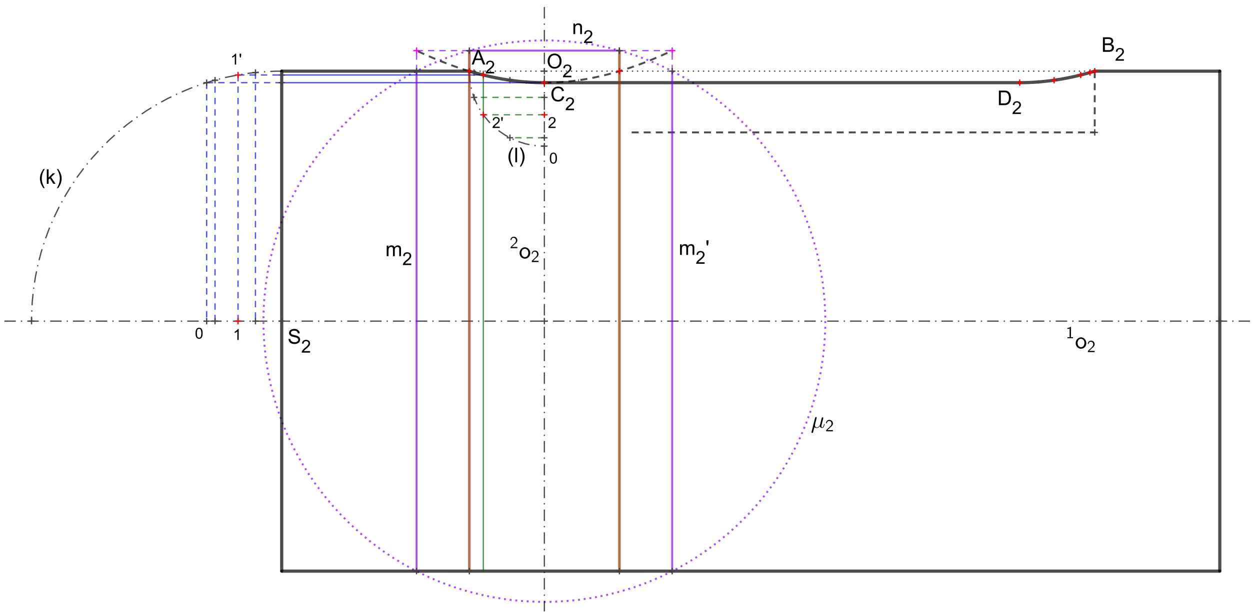
Zajímá nás bod s kladnou y-ovou souřadnicí, tedy $K = [6; 2\sqrt{91}]$.
Dno drážky má od osy válce vzdálenost $20 - 4{,}9 = 15{,}1$ mm.
Vzdálenost bodů úsečky CD ode dna drážky je pak $d = 2\sqrt{91} - 15{,}1 \doteq 3,9788$ mm.

Zobrazení průnikové křivky dvou válcových ploch mezi body A a C, resp. B a D:
Osy ${}^1o$ a ${}^2o$ obou válcových ploch ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$ leží ve společné rovině λ. Průniková křivka $c = {}^1\phi \cap {}^2\phi$ (kvartika) je souměrná podle roviny λ. Když zobrazíme nárys součástky, zobrazujeme tedy kolmý průmět křivky c do roviny λ, bude křivkou c_2 kuželosečka, neboť každé dva body křivky c souměrné podle roviny λ se promítnou do téhož bodu křivky c_2.

O typu kuželosečky c_2 rozhoduje následující věta:

Nechť ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$ jsou dvě rotační kvadriky s osami ${}^1o$ a ${}^2o$ ležícími ve společné rovině λ. Jsou-li osy ${}^1o$ a ${}^2o$ *různoběžné*, pak je pravoúhlým průmětem c_2 průnikové křivky $c = {}^1\phi \cap {}^2\phi$ do roviny λ část kuželosečky typu *elipsa/hyperbola*, jestliže právě jedna z kvadrik ${}^1\phi, {}^2\phi$ *je/není zploštělý elipsoid*. Jsou-li osy ${}^1o$ a ${}^2o$ *rovnoběžné*, je c_2 částí kuželosečky typu *parabola*.

V našem případě je nárysem c_2 průnikové křivky obou válcových ploch část hyperboly, kterou označíme jako h_2.
Konstrukci hyperboly h_2 provedeme bodově, neboť 5 různých bodů kuželosečku jednoznačně určuje.



Lze použít dva postupy, kterými lze body na hyperbole h_2 sestrojit. Postup užitý pro konstrukci části hyperboly h_2 mezi body A_2 a C_2 se zopakuje pro konstrukci části hyperboly h_2' mezi body B_2 a D_2.

Krajními body části hyperboly h_2 jsou body A_2 a C_2. Bod A_2 je průsečíkem obrysových površek obou válcových ploch ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$. Osy ${}^1o$ a ${}^2o$ válcových ploch jsou různoběžné a leží ve společné rovině λ rovnoběžné s nárysnou ν.

První způsob konstrukce bodů na h_2 spočívá v tom, že budeme uvažovat systém rovin λ' rovnoběžných s rovinou λ, kterými obě válcové plochy protneme v příslušných površkách. Společné body těchto površek na plochách ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$ jsou pak hledanými body hyperboly h_2.

Abychom našli površku na ploše ${}^1\phi$, což je válec s vodorovnou osou ${}^1o$, budeme uvažovat kružnici k, která je příčným řezem tohoto válce a leží v bokorysně. Kružnici k otočíme o 90° do kružnice (k) do roviny rovnoběžné s nárysnou ν.

Středem kružnice (k) je bod $S_2 = k_2 \cap {}^1o_2$. Od bodu S_2 naneseme na ${}^1o_2$ zvolenou délku d, čímž stanovíme polohu bodu 1: $|S_2 1| = d$. Hodnota d udává vzdálenost, o kolik je rovina λ' „předsunuta“ před rovinu $\lambda = ({}^1o, {}^2o)$. Maximálně volíme za d hodnotu 6 mm, neboť to je poloměr podstavné kružnice druhé válcové plochy ${}^2\phi$: $|S_2 0| = 6\,\text{mm}$.

Kolmice vedená bodem 1 na ${}^1o_2$ protne kružnici (k) v bodě 1'. Délka úsečky 11' udává výšku hledané površky nad vodorovnou rovinou, v níž leží osa ${}^1o$. Bodem 1' tedy vedeme površku na válci ${}^1\phi$ rovnoběžně s osou ${}^1o$.

Dále budeme rovinou λ' protínat druhou válcovou plochu ${}^2\phi$, jejíž osa ${}^2o$ je rovnoběžná s nárysnou. Podstavná kružnice l o poloměru 6 mm této válcové plochy leží v rovině rovnoběžné s půdorysnou a sklopíme ji o 90° do kružnice (l) v rovině rovnoběžné s nárysnou ν.

Středem kružnice (l) je bod O_2, což je průsečík osy ${}^2o_2$ a obrysové površky válce ${}^1\phi$. Od bodu O_2 naneseme na ${}^2o_2$ uvažovanou délku d určující vzdálenost roviny λ' od roviny λ. Tím stanovíme polohu bodu 2: $|O_2 2| = d$. Je-li $d = 6\,\text{mm}$, získáme na ${}^2o_2$ bod 0.

Kolmice vedená bodem 2 na ${}^2o_2$ protne kružnici (l) v bodě 2'. Délka úsečky 22' udává vzdálenost hledané površky od roviny rovnoběžné s bokorysnou, v níž leží osa ${}^2o$. Bodem 2' tedy vedeme površku na válci ${}^2\phi$ rovnoběžnou s osou ${}^2o$.

Nyní je průsečík obou sestrojených površek válcových ploch ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$ bodem hyperboly h_2. Je-li d rovna maximální hodnotě 6 mm, je průsečíkem površek krajní bod $C_2 \in h_2$.

Druhá možnost, jak sestrojit body hyperboly h_2, spočívá v užití kulové plochy μ, která protne obě válcové plochy ${}^1\phi$ a ${}^2\phi$ v kružnicích, jejichž společné body potom leží na průnikové křivce h.

Středem kulové plochy je průsečík obou os ${}^1o \cap {}^2o$. V nárysně tedy sestrojíme kružnici μ_2 se středem ${}^1o_2 \cap {}^2o_2$, jejíž poloměr si vhodně zvolíme.

Obrysové površky válce ${}^1\phi$ se protnou s kružnicí μ_2 v bodech, které jsou krajními body úseček m_2 a m'_2, do nichž se promítají pronikové kružnice m a m' ležící v rovinách rovnoběžných s bokorysnou.

Obrysové površky válcové plochy ${}^2\phi$ (jedna z nich prochází bodem A_2) jsou proťaty kružnicí μ_2 v krajních bodech úsečky n_2, která je průmětem pronikové kružnice n ve vodorovné rovině rovnoběžné s půdorysnou.

Úsečky m_2, m'_2 a n_2 prodloužíme tak, aby se proťaly, získané průsečíky pak leží teoretické části hyperboly h_2.

K hyperbole h_2 se dají najít její asymptoty tak, že určíme rotační plochy ${}^1\phi'$ a ${}^2\phi'$ s osami ${}^1o' \parallel {}^1o$ a ${}^2o' \parallel {}^2o$ v nákresně, které jsou *homotetické* k původním plochám a dotýkají se téže kulové plochy. Plochami ${}^1\phi'$ a ${}^2\phi'$ jsou opět válcové plochy s osami ${}^1o' \perp {}^2o'$, které ale mají stejný poloměr. Plochy ${}^1\phi'$ a ${}^2\phi'$ se protínají ve dvou elipsách, které se do nákresny zobrazí jako dvě úsečky svírající s osami ${}^1o'$ a ${}^2o'$ úhel 45°. Tyto úsečky určují směry asymptot hyperboly h_2, jejímž středem je průsečík os ${}^1o_2 \cap {}^2o_2$.

Pozn. V nárysu jsou čárkovanou čarou částečně zakresleny neviditelné hrany drážky. Na uvedené součástce je vidět, že často je jednodušší její zobrazení v řezu namísto zobrazení v nárysu.