

Součástka_2

Odvození úhlu, který určuje polohu tečny vedené ke kružnici v řezu součástky

Zavedeme souřadnicový systém $\langle O, x, y \rangle$ tak, aby počátek O byl středem kružnice k .
Její poloměr je $r = 30$.

$$k : x^2 + y^2 = 900$$

Tečna t kružnice k má rovnici $x \cdot x_0 + y \cdot y_0 = 900$, kde $T = [x_0; y_0]$ je bod dotyku.

Jelikož tečna t prochází bodem $A = [-56; 40]$, dosadíme ho do její rovnice za proměnné x a y .

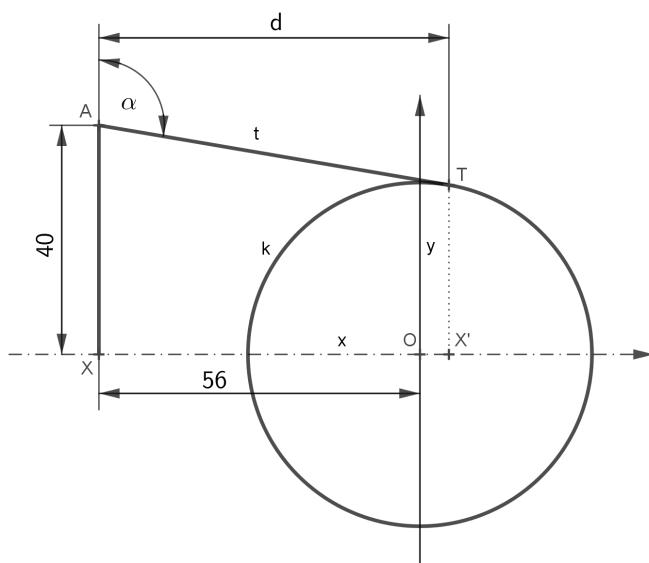
$$-56 \cdot x_0 + 40 \cdot y_0 = 900 \Rightarrow y_0 = \frac{14 \cdot x_0 + 225}{10}$$

Protože T je bodem kružnice k , platí $x_0^2 + y_0^2 = 900$.

Po dosazení získáme kvadratickou rovnici

$$\begin{aligned} x_0^2 + \left(\frac{14 \cdot x_0 + 225}{10} \right)^2 &= 900 \\ 100 \cdot x_0^2 + (14 \cdot x_0 + 225)^2 &= 90\,000 \\ 296 \cdot x_0^2 + 6\,300 \cdot x_0 - 39\,375 &= 0 \end{aligned}$$

Řešením jsou dva kořeny, vzhledem k poloze bodu dotyku T volíme $x_0 > 0$.
Pak dopočítáme souřadnici y_0 .



```
> y_0:=(900+56*x_0)/40;
```

$$y_0 := \frac{45}{2} + \frac{7x_0}{5}$$

```
> T:=x_0^2+y_0^2=900;
```

$$T := x_0^2 + \left(\frac{45}{2} + \frac{7x_0}{5} \right)^2 = 900$$

```
> simplify(T);
```

$$\frac{74}{25} x_0^2 + \frac{2025}{4} + 63 x_0 = 900$$

```
> x:=fsolve(T,x_0,{x_0=0..30});
```

$$x := 5.051212061$$

```

> y:=(900+56*x)/40;
                                y := 29.57169688
> u_1:=x+56;u_2:=y-40;
                                u_1 := 61.05121206
                                u_2 := -10.42830312
> d:=sqrt(u_1^2+u_2^2);
                                d := 61.93545027
> alpha:=180/evalf(Pi)*arccos(u_2/d);
                                α := 99.69327803

```

Dále spočítáme velikost úhlu α , který spolu svírají vektory $\overrightarrow{XA}$ a $\overrightarrow{AT}$.

Vektor $\overrightarrow{XA}$ je násobkem vektoru $\vec{v} = (0; 1)$.

$\vec{u} = \overrightarrow{AT} = T - A = (x_0 + 56; y_0 - 40)$.

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} = \frac{y_0 - 40}{\|\vec{u}\|} = \frac{y_0 - 40}{\sqrt{(x_0 + 56)^2 + (y_0 - 40)^2}}$$

Úhel α má velikost $99,7^\circ$, což zaokrouhlíme na 100° .

Nakonec určíme délku úsečky XX' , $|XX'| = d$, která udává výšku bodu dotyku T nad horní plochou základové desky součástky.

Z obrázku vidíme, že $d = 56 + x_0$, kde x_0 je x -ová souřadnice bodu T .

Výpočtem jsme stanovili hodnotu $x_0 = 5,051212061$, tedy $d = 61,05121206$.